

## ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

### Α΄ ΤΑΞΗΣ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

#### ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ

#### ΘΕΜΑ 1

**A.** Στις τέσσερις πρώτες ερωτήσεις να γράψετε στην κόλλα σας το γράμμα Σ αν η πρόταση είναι σωστή ή το γράμμα Λ αν η πρόταση είναι λάθος, μετά από τον αριθμό της ερώτησης. Στην πέμπτη ερώτηση να γράψετε το γράμμα της σωστής απάντησης μετά από τον αριθμό της ερώτησης.

**α)** Αν  $a \leq 0$  και  $n$  άρτιος, τότε ισχύει  $\sqrt[n]{a^n} = |a|$ .

**β)** Η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης  $f(x)$  μπορεί να τέμνει τον άξονα  $y/y$  σε ακριβώς δύο σημεία.

**γ)** Θεωρούμε την αριθμητική πρόοδο  $(a_n)$  με πρώτο όρο  $a_1$  και διαφορά  $\omega$ . Το άθροισμα  $S_n$  των  $n$  πρώτων διαδοχικών όρων της  $(a_n)$  δίνεται από την σχέση  $S_n = \frac{n}{2} [a_1 + (n-1)\omega]$ .

**δ)** Η εξίσωση  $ax + \beta = 0$  είναι αδύνατη ως προς  $x$ , όταν  $a=0$  και  $\beta \neq 0$ .

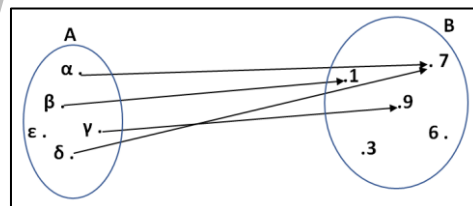
**ε)** Στο διπλανό σχήμα δίνεται μια αντιστοιχία στοιχείων ενός συνόλου  $A$  σε στοιχεία ενός συνόλου  $B$ . Ποιο από τα παρακάτω είναι σωστό;

**i)** η αντιστοιχία αυτή παριστάνει συνάρτηση από το σύνολο  $A$  στο σύνολο  $B$ .

**ii)** η αντιστοιχία αυτή δεν παριστάνει συνάρτηση διότι στο 3 και στο 6 δεν αντιστοιχεί κανένα στοιχείο του  $A$ .

**iii)** η αντιστοιχία αυτή δεν παριστάνει συνάρτηση διότι τα διαφορετικά στοιχεία  $a$  και  $\delta$  του συνόλου  $A$  αντιστοιχούν στο ίδιο στοιχείο του συνόλου  $B$ , το 7.

**iv)** η αντιστοιχία αυτή δεν παριστάνει συνάρτηση διότι το στοιχείο  $\epsilon$  δεν αντιστοιχεί σε κανένα στοιχείο του  $B$ .



**B.** Έστω  $x_1, x_2$  με  $x_1 < x_2$  είναι οι δύο πραγματικές ρίζες του τριωνύμου  $f(x) = ax^2 + \beta x + \gamma$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

Να αποδείξετε ότι, αν για την μεταβλητή  $x$  ισχύει  $x < x_1$  ή  $x > x_2$  τότε το τριώνυμο  $f(x)$  γίνεται ομόσημο του  $a$ .

#### ΘΕΜΑ 2

Σε αριθμητική πρόοδο  $(a_n)$  με πρώτο όρο  $a_1$  και διαφορά  $\omega = 4$ , ισχύει ότι  $a_6 + a_{11} = 40$ .

**α)** Να βρείτε τον πρώτο όρο  $a_1$  της προόδου.

**β)** Πόσους πρώτους όρους της προόδου πρέπει να προσθέσουμε ώστε το άθροισμά τους να είναι ίσο με μηδέν; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

#### ΘΕΜΑ 3

**A.** **α)** Να λύσετε την ανίσωση  $3x^2 + 2x \leq 8$ .

**β)** Να λύσετε την ανίσωση  $|2x - 1| < \sqrt{x^2 - 6x + 9}$ .

**B.** Να βρείτε τον πραγματικό αριθμό  $\kappa$ , ώστε οι ρίζες  $x_1, x_2$  της εξίσωσης  $x^2 - 5x + \kappa = 0$  να επαληθεύουν τη σχέση

$$\left(x_1 - \frac{2}{x_2}\right)\left(x_2 - \frac{2}{x_1}\right) = \frac{8}{3}.$$

#### **ΘΕΜΑ 4**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = x^2 - (\lambda - 1)x - 4\lambda^2$ ,  $\lambda \in \mathbb{R}$ .

- α)** Να δείξετε ότι η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f$  τέμνει τον άξονα  $x'x$  σε δύο σημεία για κάθε  $\lambda \in \mathbb{R}$ .
- β)** Για  $\lambda \neq 0$  να βρείτε το πρόσημο των ριζών της εξίσωσης  $f(x) = 0$ .
- γ)** Να βρείτε τις τιμές του  $\lambda \in \mathbb{R}$  ώστε το συμμετρικό του σημείου  $A(4,4)$  ως προς τον άξονα  $x'x$  να ανήκει στη γραφική παράσταση της  $f$ .
- δ)** Για  $\lambda = -1$  να βρείτε τις τιμές του  $x$  για τις οποίες η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f$  βρίσκεται κάτω από τον άξονα  $x'x$ .