

Διαγώνισμα

Μάθημα: Μαθηματικά Προσανατολισμού Β' Λυκείου

Θεματική ενότητα: Κεφάλαιο 1ο: Διανύσματα

Θέμα 1ο

A. Να δώσετε τον ορισμό του εσωτερικού γινομένου δύο διανυσμάτων $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$.

(10 μονάδες)

B. Να χαρακτηρίσετε κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις με **Σωστό** ή **Λάθος**.

α) Τα μη μηδενικά διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ σχηματίζουν ίση γωνία με τα διανύσματα $-\vec{\alpha}$ και $-\vec{\beta}$.

β) Για οποιαδήποτε διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ ισχύει ότι $|\vec{\alpha}| = |\vec{\beta}| \Leftrightarrow \vec{\alpha} = \vec{\beta}$.

γ) Δύο αντίθετα διανύσματα έχουν αντίθετους συντελεστές διεύθυνσης.

δ) Για δύο αντίρροπα διανύσματα ισχύει ότι $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = -|\vec{\alpha}| \cdot |\vec{\beta}|$.

ε) Αν $\vec{\alpha}, \vec{\beta} \neq \vec{0}$, $\lambda \vec{\alpha} = \mu \vec{\beta}$ με $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ και $\lambda\mu < 0$, τότε $\vec{\alpha} \nearrow \swarrow \vec{\beta}$.

(15 μονάδες)

Θέμα 2ο

A. Δίνονται τα σημεία A, B, Γ και Δ, όπου τα B και Δ δε συμπίπτουν. Επιπλέον, ισχύει η σχέση $3\vec{AG} - 2\vec{AB} = \vec{AG}$.

Να αποδείξετε ότι $\vec{AD} \nearrow \swarrow \vec{BG}$.

(10 μονάδες)

B. Δίνεται παραλληλόγραμμο ABΓΔ και σημεία M, N τέτοια, ώστε $3\vec{AM} = \vec{AB}$ και $4\vec{AN} = \vec{AG}$.

Να αποδείξετε ότι τα σημεία M, N και Δ είναι συνευθειακά.

(15 μονάδες)

Θέμα 3ο

A. Να βρείτε τον αριθμό $\kappa \in \mathbb{R}$ για τον οποίο τα διανύσματα $\vec{\alpha} = (\kappa - 3, \kappa)$ και $\vec{\beta} = (\kappa + 5, -3)$ είναι ομόρροπα.

(12 μονάδες)

B. Δίνεται τρίγωνο ABΓ με A(2,1), B(3,-2) και Γ(7,-4). Να υπολογίσετε το μήκος της διαμέσου AM.

(13 μονάδες)

Θέμα 4ο

A. Έστω δύο διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ με $|\vec{\alpha}| = 3$, $|\vec{\beta}| = 2\sqrt{3}$ και $(\vec{\alpha}, \vec{\beta})$. Θεωρούμε, επιπλέον, τα διανύσματα $\vec{w} = \vec{\alpha} + \vec{\beta}$ και $\vec{v} = \vec{\alpha} - \vec{\beta}$.

α. Να υπολογίσετε το εσωτερικό γινόμενο $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}$.

(5 μονάδες)

β. Να αποδείξετε ότι η γωνία (\vec{w}, \vec{v}) είναι αμβλεία.

(5 μονάδες)

B. Αν $\vec{\alpha} + \vec{\beta} + 2\vec{\gamma} = \vec{0}$ και $|\vec{\alpha}| = \frac{|\vec{\beta}|}{3} = \frac{|\vec{\gamma}|}{2}$, να αποδείξετε ότι $\vec{\alpha} \nearrow \nearrow \vec{\beta}$.

(15 μονάδες)