

## Διαγώνισμα

**Μάθημα:** Μαθηματικά Προσανατολισμού Β' Λυκείου

**Θεματική ενότητα:** Κεφάλαιο 1ο: Διανύσματα

### Θέμα 1ο

A. Έστω M το μέσο ενός ευθύγραμμου τμήματος AB. Για οποιοδήποτε σημείο O, να αποδείξετε ότι

$$\vec{OM} = \frac{1}{2}(\vec{OA} + \vec{OB})$$

(9 μονάδες)

B. Να χαρακτηρίσετε κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις με **Σωστό** ή **Λάθος**.

α) Δύο αντίθετα διανύσματα έχουν ίσα μέτρα.

β) Αν ισχύει ότι  $|\vec{AM}| = |\vec{MB}|$ , τότε το M είναι μέσο του AB.

γ) Σε ισόπλευρο τρίγωνο ABΓ ισχύει ότι  $(\vec{AB}, \vec{BΓ}) = 60^\circ$ .

δ) Σε κύκλο διαμέτρου AB θεωρούμε σημείο Γ. Τότε ισχύει ότι  $\vec{ΓA} \cdot \vec{ΓB} = 0$ .

ε) Αν  $\vec{\alpha} // \vec{\beta}$ , τότε ισχύει ότι  $\det(-\vec{\alpha}, -\vec{\beta}) = 0$ .

(10 μονάδες)

Γ. Σε κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις, να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

α) Δίνεται παραλληλόγραμμο ABΓΔ και έστω M το μέσο της πλευράς του AB. Τότε το διάνυσμα  $\vec{ΓM}$  είναι ίσο με

i)  $\vec{MB} - \vec{ΓB}$

ii)  $\vec{MA} - \vec{AΔ}$

iii)  $\vec{MA} + \vec{AΔ}$

iv)  $\vec{MB} - \vec{BΓ}$

β) Παράλληλο προς το διάνυσμα  $\vec{w} = 3\vec{\alpha} - 15\vec{\beta}$  είναι το διάνυσμα

i)  $3\vec{\alpha} + 15\vec{\beta}$

ii)  $\vec{w} = \vec{\alpha} - 3\vec{\beta}$

iii)  $5\vec{\beta} - \vec{\alpha}$

iv)  $\vec{w} = 15\vec{\alpha} - 3\vec{\beta}$

(6 Μονάδες)

### Θέμα 2ο

A. Δίνεται τρίγωνο ABΓ και έστω M το μέσο της πλευράς BΓ. Αν για το σημείο Λ ισχύει η σχέση  $2\vec{AΓ} - 3\vec{ΛΓ} = \vec{ΓB}$ , να αποδείξετε ότι  $\vec{AB} = 3\vec{AΛ}$ .

(12 μονάδες)

B. Αν ισχύει ότι  $(\kappa + 4)\vec{\Sigma A} + 6\vec{\Sigma B} = (\kappa + 10)\vec{\Sigma Γ}$ , να αποδείξετε ότι τα σημεία A, B και Γ είναι συνευθειακά.

(13 μονάδες)

### Θέμα 3ο

A. Δίνονται τα διανύσματα  $\vec{\alpha} = (4 - 3\lambda, \lambda + 3)$  και  $\vec{\beta} = (4, -5\lambda)$  με  $\lambda \in \mathbb{R}$ . Να βρείτε τις τιμές του λ, ώστε  $\vec{\alpha} // \vec{\beta}$ .

(12 μονάδες)

B. Δίνεται παραλληλόγραμμο ABΓΔ με κορυφές A(-3,5), B(5,-1) και Γ(-1,-1). Να βρείτε τις συντεταγμένες της κορυφής Δ και του κέντρου του O.

(13 μονάδες)

### Θέμα 4ο

Δίνεται τρίγωνο ABΓ με κορυφές A(κ+1,4), B(κ+2,7) και Γ(9,κ-3) με  $\kappa \in \mathbb{R}$ . Αν ισχύει ότι  $\vec{AB} \cdot \vec{BΓ} = -15$ , να βρείτε:

α) τον αριθμό κ,

(10 μονάδες)

β) τη γωνία  $\hat{B}$ .

(15 μονάδες)