

Διαγώνισμα

Μάθημα: Μαθηματικά Προσανατολισμού Β' Λυκείου

Θεματική ενότητα: Κεφάλαιο 1ο: Διανύσματα

Θέμα 1ο

- A. Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha} = (x_1, y_1)$, $\vec{\beta} = (x_2, y_2)$, τα οποία δεν είναι παράλληλα στον άξονα yy' και $\lambda_{\vec{\alpha}}, \lambda_{\vec{\beta}}$ αντίστοιχα οι συντελεστές διεύθυνσής τους. Να αποδείξετε την πρόταση:
- «Αν $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = 0$, τότε $\lambda_{\vec{\alpha}} \cdot \lambda_{\vec{\beta}} = -1$.»
- (9 μονάδες)

B. Να χαρακτηρίσετε κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις με **Σωστό** ή **Λάθος**.

α) Αν ισχύει ότι $\overline{AM} = \overline{MB}$, τότε το σημείο M είναι το μέσο του AB.

β) Αν το ABΓΔ είναι παραλληλόγραμμο, τότε ισχύει ότι $\overline{AB} + \overline{AD} = \overline{BD}$.

γ) Αν το ABΓΔ είναι ορθογώνιο, τότε ισχύει ότι $\overline{AG} = \overline{BD}$.

δ) Αν $\vec{\alpha} \perp \vec{\beta}$ και $\vec{\gamma} \perp \vec{\beta}$ τότε $\det(\vec{\alpha}, \vec{\gamma}) = 0$.

ε) Ισχύει ότι $\overline{AB} \cdot \overline{GD} = \overline{AG} \cdot \overline{BD}$.

(10 μονάδες)

Γ. Σε κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις, να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

α) Δίνεται ρόμβος ABΓΔ και έστω O το σημείο τομής των διαγωνίων του AG και BD. Τότε ισχύει ότι

i) $|\overline{AG}| = |\overline{DB}|$ ii) $\overline{AB} = \overline{BG}$ iii) $|\overline{AB}| = |\overline{AD}|$ iv) $\overline{AB} = \overline{GD}$

β) Αν $(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) = 120^\circ$, τότε το εσωτερικό γινόμενο $2\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}$ είναι ίσο με

i) $-\sqrt{3}|\vec{\alpha}||\vec{\beta}|$ ii) $\sqrt{3}|\vec{\alpha}||\vec{\beta}|$ iii) $-|\vec{\alpha}||\vec{\beta}|$ iv) $|\vec{\alpha}||\vec{\beta}|$

(6 Μονάδες)

Θέμα 2ο

A. Δίνεται τετράπλευρο ABΓΔ και σημείο E της πλευράς του BΓ τέτοιο, ώστε

$$\overline{BE} = 2\overline{EΓ} \text{ και } \overline{AE} + \overline{GE} + \overline{DE} = 2\overline{AB}$$

Να αποδείξετε ότι $3\overline{BE} = 2\overline{BΓ}$.

(13 μονάδες)

B. Δίνεται παραλληλόγραμμο ABΓΔ και έστω M το μέσο της ΓΔ. Να αποδείξετε ότι το διάνυσμα

$$\vec{w} = 4\overline{BΓ} + \overline{ΓΔ} + 3\overline{ΓA} + 3\overline{ΔB} \text{ είναι αντίρροπο του } \overline{AM}.$$

(12 μονάδες)

Θέμα 3ο

A. Δίνεται τρίγωνο ABΓ με $A(-7,8)$, $B(-6,5)$ και $\Gamma(-2,3)$. Αν M είναι το μέσο της πλευράς BΓ, να βρείτε το μέτρο του διανύσματος \overline{AM} .

(15 μονάδες)

B. Να βρείτε το $\lambda \in \mathbb{R}$ ώστε τα διανύσματα $\vec{\alpha} = (4\lambda^2 - \lambda, \lambda + 1)$ και $\vec{\beta} = (-3, 1 - 3\lambda)$ να είναι αντίθετα.

(10 μονάδες)

Θέμα 4^ο

A. Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ με $|\vec{\alpha}|=3$ και $(\vec{\alpha},\vec{\beta})=120^\circ$. Αν, επιπλέον, ισχύει ότι $\vec{\alpha}\cdot(\vec{\alpha}-3\vec{\beta})=12$, να βρείτε το μέτρο του διανύσματος $\vec{\beta}$.

(8 μονάδες)

B. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $A(\lambda,5)$, $B(4,2-\lambda)$ και $\Gamma(5,7-\lambda)$, όπου $\lambda \in \mathbb{R}$. Αν, επιπλέον, ισχύει ότι $\overline{AB}\cdot\overline{B\Gamma}=13$, να βρείτε:

α) τον αριθμό λ ,

(8 μονάδες)

β) το συν \hat{A} .

(9 μονάδες)

Schools.patakis.gr