

## Διαγώνισμα

**Μάθημα:** Μαθηματικά Προσανατολισμού Β' Λυκείου

**Θεματική ενότητα:** Κεφάλαιο 1ο: Διανύσματα

### Θέμα 1ο

A. Να γράψετε τον ορισμό του εσωτερικού γινομένου δύο διανυσμάτων  $\vec{\alpha} = (x_1, y_1)$  και  $\vec{\beta} = (x_2, y_2)$  και τη σχέση που τα συνδέει με τις συντεταγμένες τους.

(10 μονάδες)

B. Να χαρακτηρίσετε κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις με **Σωστό** ή **Λάθος**.

α) Αν  $(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) = 120^\circ$  τότε ισχύει  $|\vec{\alpha}| \cdot |\vec{\beta}| = -2\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}$ .

β) Αν  $\vec{\alpha} \perp \vec{\beta}$ , τότε ισχύει ότι  $\det(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) = 0$ .

γ) Ισχύει ότι  $\overline{AB} \cdot \overline{\Gamma\Delta} = \overline{\Delta\Gamma} \cdot \overline{AB}$ .

δ) Αν  $\vec{\alpha} \nearrow \swarrow \vec{\beta}$  τότε ισχύει ότι  $\lambda_{\vec{\alpha}} = -\lambda_{\vec{\beta}}$ .

ε) Αν  $\vec{\alpha}, \vec{\beta}, \vec{\gamma} \neq \vec{0}$ ,  $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = 0$  και  $\vec{\beta} \cdot \vec{\gamma} = 0$  τότε ισχύει ότι  $\vec{\alpha} // \vec{\gamma}$ .

(15 μονάδες)

### Θέμα 2ο

A. Δίνονται τα σημεία  $K(1, -4)$  και  $\Lambda(4, 2)$ . Να βρείτε σημείο  $M$  του άξονα  $x'x$  τέτοιο, ώστε τα σημεία  $K$ ,  $\Lambda$  και  $M$  να είναι συνευθειακά.

(10 μονάδες)

B. Τα διανύσματα  $\vec{\alpha} = (\lambda - \kappa, \lambda + 2)$  και  $\vec{\beta} = (2\kappa, \lambda - 10)$  με  $\lambda \neq \kappa \neq 0$  έχουν συντελεστές διεύθυνσης 2 και -3 αντίστοιχα. Να βρείτε το συντελεστή διεύθυνσης του διανύσματος  $\vec{\gamma} = 3\vec{\beta} - 7\vec{\alpha}$ .

(15 μονάδες)

### Θέμα 3ο

Δίνεται τρίγωνο  $AB\Gamma$  με  $A(\lambda - 3, 2)$ ,  $B(\lambda + 1, 4)$  και  $\Gamma(8 - \lambda, -\lambda)$ , όπου  $\lambda \in \mathbb{R}$ . Αν  $M$  είναι το μέσο του  $AB$  και ισχύει ότι  $\overline{AB} \cdot \overline{\Gamma M} = 20$ , τότε

α) να αποδείξετε ότι  $\lambda = 5$ ,

(8 μονάδες)

β) να αποδείξετε ότι η γωνία  $\hat{A}$  είναι αμβλεία,

(8 μονάδες)

γ) να βρείτε τη γωνία  $\hat{B}$ .

(9 μονάδες)

### Θέμα 4ο

Δίνονται τα μη μηδενικά διανύσματα  $\vec{\alpha}$  και  $\vec{\beta}$  με  $(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) = 60^\circ$ . Έστω, επίσης, το παραλληλόγραμμο  $AB\Gamma\Delta$  με  $\overline{AB} = 5\vec{\alpha} + 2\vec{\beta}$  και  $\overline{A\Delta} = 3\vec{\alpha} - 2\vec{\beta}$ , ενώ η διαγώνιος του  $A\Gamma$  έχει μήκος ίσο με 8 και ισχύει ότι  $\overline{A\Gamma} \cdot \overline{\Delta B} = 80$ .

α) Να αποδείξετε ότι  $|\vec{\alpha}| = 1$  και  $|\vec{\beta}| = 4$ .

(8 μονάδες)

β) Να βρείτε το μήκος της διαγωνίου  $\Delta B$ .

(8 μονάδες)

γ) Να βρείτε το  $\sin \hat{B}$ .

(9 μονάδες)