

**ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Γ' ΤΑΞΗΣ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ**

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΘΕΩΡΙΑ

ΘΕΜΑ 1ο

- A. Να αποδείξετε την ταυτότητα: $(a + \beta)^2 = a^2 + 2a\beta + \beta^2$.
- B. Να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά ώστε οι ταυτότητες να εκφράζουν αξιοσημείωτες ταυτότητες:
- α) $(a - \beta)^2 = \dots\dots\dots$
- β) $(a + \beta)(a - \beta) = \dots\dots\dots$
- Γ. Να χαρακτηρίσετε καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις με **Σ** αν είναι σωστή ή με **Λ** αν είναι λανθασμένη.
Η εξίσωση $ax^2 + bx + \gamma = 0$ με $a \neq 0$:
- έχει διακρίνουσα την $\Delta = \beta^2 - 4a\gamma$.
 - έχει δύο ρίζες $x_{1,2} = \frac{\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$ όταν $\Delta > 0$.
 - έχει μία διπλή ρίζα $x = -\frac{\beta}{2a}$ όταν $\Delta = 0$.

ΘΕΜΑ 2ο

- A. Αν $M(x, y)$ ένα σημείο του επιπέδου, ρ η απόστασή του από την αρχή των αξόνων $O(0,0)$ και ω η γωνία που σχηματίζει ο άξονας $x'x$ με το ρ , να συμπληρώσετε τις παρακάτω ισότητες:
- $\eta\mu\omega = \dots\dots\dots$ $\sigma\upsilon\nu\omega = \dots\dots\dots$ $\epsilon\phi\omega = \dots\dots\dots$
- B. Να αποδείξετε ότι για οποιαδήποτε γωνία ω ισχύει: $\epsilon\phi\omega = \frac{\eta\mu\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega}$.
- Γ. Να χαρακτηρίσετε καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις με **Σ** αν είναι σωστή ή με **Λ** αν είναι λανθασμένη.
- Δύο τρίγωνα είναι ίσα όταν έχουν τις τρεις πλευρές τους ίσες μία προς μία.
 - Δύο τρίγωνα είναι ίσα όταν έχουν τις τρεις γωνίες τους ίσες μία προς μία.
 - Δύο τρίγωνα είναι ίσα όταν δύο γωνίες τους και δύο πλευρές τους είναι ίσες μία προς μία.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1ο

A. α) Να αποδείξετε την ταυτότητα: $(3x-2)^2 - (2x-3)^2 = 5(x+1)(x-1)$.

β) Να λύσετε την εξίσωση: $(3x-2)^2 - (2x-3)^2 = 0$.

B. Δίνονται τα πολυώνυμα $P(x) = -x^3 + x^2 + 4$ και $Q(x) = (3x+2)(x-2)$.

α) Να γράψετε το πολυώνυμο $T(x) = P(x) - Q(x)$ σε φθίνουσα σειρά.

β) Να απλοποιήσετε την παράσταση $\frac{T(x)}{x^2 + 4x + 4}$.

ΘΕΜΑ 2ο

A. Να λύσετε το σύστημα:
$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{4y-5}{7} + \frac{3(x+y)-1}{14} = \frac{y+1}{2} \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = \frac{5x-4}{3} \end{array} \right\}$$
.

B. Οι ευθείες $(\varepsilon_1): 2x + y = 3$, $(\varepsilon_2): 2x + 3y = 5$ και $(\varepsilon_3): x - ky = 2(k-1)^2$ διέρχονται από το ίδιο σημείο.

α) Να βρείτε το σημείο τομής των ευθειών.

β) Να βρείτε την τιμή του ακέραιου αριθμού k .

ΘΕΜΑ 3ο

Αν $\sin \omega = -\frac{4}{5}$ και $90^\circ < \omega < 180^\circ$ τότε:

A. Να υπολογίσετε τους άλλους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας ω .

B. Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της παραπληρωματικής της γωνίας ω .

Γ. Να αποδείξετε ότι: $2\eta\mu\omega + \sin(180^\circ - \omega) - 2\varepsilon\varphi(180^\circ - \omega) = \frac{1}{2}$.