

**ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Γ' ΤΑΞΗΣ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ**

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΘΕΩΡΙΑ

ΘΕΜΑ 1ο

- A.** α) Τι ονομάζουμε μηδενικό πολυώνυμο και τι σταθερό πολυώνυμο; Τι βαθμό έχουν;
β) Αν δύο πολυώνυμα έχουν βαθμούς κ και λ αντίστοιχα, ποιος είναι ο βαθμός του γινομένου τους;
Να δώσετε ένα παράδειγμα.
- B.** Να αποδείξετε την ταυτότητα: $(\alpha - \beta)^3 = \alpha^3 - 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 - \beta^3$.
- Γ.** Να χαρακτηρίσετε καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις με Σ αν είναι σωστή ή με Λ αν είναι λανθασμένη.
α) Ισχύει ότι $(\beta - \alpha)^2 = \alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2$
β) Αν η διακρίνουσα Δ της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$, $a \neq 0$ είναι αρνητική, τότε η εξίσωση έχει μόνο μία λύση.
γ) Αν το τριώνυμο $ax^2 + bx + \gamma$ έχει δύο ρίζες ρ_1, ρ_2 , τότε ισχύει $ax^2 + bx + \gamma = (x - \rho_1)(x - \rho_2)$.

ΘΕΜΑ 2ο

- A.** Να αποδείξετε τη σχέση $\varepsilon\varphi\omega = \frac{\eta\mu\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega}$.
- B.** Να γράψετε τις σχέσεις μεταξύ των τριγωνομετρικών αριθμών των δύο παραπληρωματικών γωνιών ω και $180^\circ - \omega$.
- Γ.** Να χαρακτηρίσετε καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις με Σ αν είναι σωστή ή με Λ αν είναι λανθασμένη.
α) $\eta\mu 180^\circ = 0$
β) $\sigma\upsilon\nu 180^\circ = 1$
γ) $\varepsilon\varphi 90^\circ = 0$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1ο

Δίνονται τα πολυώνυμα $P(x) = (x - 1)(2 - x^2)$ και $Q(x) = -x^2 + x - 1$.

- A.** Να γράψετε το πολυώνυμο $T(x) = P(x) - 2Q(x)$ σε φθίνουσα σειρά.
- B.** Αν $\alpha = T(-1)$, $\beta = T(-2)$ και $\gamma = T(-1) - T(-2)$, να λύσετε την εξίσωση $ax^2 + bx + \gamma = 0$.
- Γ.** Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις $\frac{T(x)}{x^2 - 9}$ και $\frac{Q(x) - Q(1)}{x^2 - 2x + 1}$.

ΘΕΜΑ 2ο

A. Να λύσετε την εξίσωση: $\frac{x^2}{3} - (x+1)(x-1) = (x-2)^2 - 2x$.

B. Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{cases} \frac{x-1}{4} = \frac{y+1}{3} \\ 2(x-2) - 3(y-2) = 6 \end{cases}$$
.

Γ. Αν α είναι η μικρότερη λύση της εξίσωσης του ερωτήματος A και (β, γ) η λύση του συστήματος του ερωτήματος B, να βρείτε την εξίσωση της ευθείας η οποία τέμνει τον άξονα $x'x$ σε σημείο με τετμημένη α και διέρχεται από το σημείο (β, γ) .

ΘΕΜΑ 3ο

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) και Δ, E τα μέσα των AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα.

A. Να δείξετε ότι τα τρίγωνα ABE και $A\Delta\Gamma$ είναι ίσα.

B. Να δείξετε ότι τα τρίγωνα $B\Delta E$ και $\Delta E\Gamma$ είναι ίσα.

Γ. Αν O είναι το σημείο τομής των διαμέσων BE και $\Gamma\Delta$, να δείξετε ότι τα τρίγωνα $AO\Delta$ και AOE είναι ίσα.