

**ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ  
Γ' ΤΑΞΗΣ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ**

**ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ**

**ΘΕΩΡΙΑ**

**ΘΕΜΑ 1ο**

- A.** Να αποδείξετε την ταυτότητα:  $(\alpha + \beta)^2 = \alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2$ .
- B.** Να συμπληρωθούν οι ταυτότητες:
- (α)  $\alpha^2 - \beta^2 = \dots\dots\dots$
- (β)  $(\alpha + \beta)^3 = \dots\dots\dots$
- Γ.** Να συμπληρώσετε τα κενά στις παρακάτω προτάσεις:
- (α) Αν δύο πολυώνυμα έχουν βαθμό ίσο με  $\kappa$ , τότε ο βαθμός του γινομένου τους είναι ίσος με  $\dots\dots\dots$ .
- (β) Δίνονται οι παραστάσεις  $\alpha^2\beta^3\gamma^4$ ,  $\alpha\beta^2\gamma$  και  $\alpha^4\beta^3$ . Τότε το ΕΚΠ τους είναι ίσο με  $\dots\dots\dots$ , ενώ ο ΜΚΔ τους είναι ίσος με  $\dots\dots\dots$ .

**ΘΕΜΑ 2ο**

- A.** Να διατυπώσετε τα τρία κριτήρια ισότητας δύο τυχαίων τριγώνων.
- B.** Να συμπληρώσετε τα κενά στις παρακάτω προτάσεις:
- (α) Αν δύο τρίγωνα ΑΒΓ και ΔΕΖ είναι ίσα και ισχύει  $\hat{A} = \hat{Z}$  και  $\hat{B} = \hat{\Delta}$  τότε ισχύει:  
 $AB = \dots\dots$   $AG = \dots\dots$   $B\Gamma = \dots\dots$
- (β) Αν ΑΒ ευθύγραμμο τμήμα, Μ μέσο του ΑΒ και Ν μέσο του ΜΒ, τότε ισχύει:  
 $\frac{AN}{AB} = \dots\dots$   $\frac{AN}{AM} = \dots\dots$
- (γ) Αν δύο τρίγωνα ΑΒΓ και ΔΕΖ είναι όμοια και ισχύει  $\hat{A} = \hat{Z}$  και  $\hat{B} = \hat{\Delta}$ , τότε ισχύει:  
$$\frac{AB}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\Delta E} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$$

**ΑΣΚΗΣΕΙΣ**

**ΘΕΜΑ 1ο**

- A.** Δίνεται η παράσταση:  $(2x - 3y)^2 - (2x + 3y)^2 + 6x(2y + 1)$ .
- Να γίνουν οι πράξεις και στη συνέχεια να βρεθεί η τιμή της παράστασης για  $x = 2$  και  $y = -1$ .

**B.** Να αποδειχθεί ότι:  $(\alpha + \beta)^3 - (\alpha - \beta)^3 - 6\beta(\alpha - \beta)(\alpha + \beta) = (2\beta)^3$ .

**Γ.** Δίνονται τα πολυώνυμα  $P(x) = 2x^3 - x - 2$  και  $Q(x) = (1 - x)(3x - 1)$ .

Να απλοποιήσετε την παράσταση  $\frac{x^2 + P(-2)}{x^2 - 6x - Q(-1)}$ .

### **ΘΕΜΑ 2ο**

**A.** Να λυθεί η εξίσωση:  $(2x - 1)^2 - 2(x - 1)(x + 1) = (3x - 2)^2$ .

**B. α)** Να λύσετε το σύστημα: 
$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{x - y}{5} + \frac{7 + 3y}{10} = \frac{x + y - 3}{2} \\ 1 - [y - (1 - x)] = 7y - 2x \end{array} \right\}.$$

**β)** Αν η λύση  $(x, y)$  του συστήματος του ερωτήματος B είναι και σημείο της ευθείας  $(\epsilon)$  με εξίσωση  $kx + \lambda y = 3$  και η  $(\epsilon)$  τέμνει τον άξονα  $x'x$  σε σημείο με σημείο με τετμημένη ίση με  $-1$ , να βρείτε τις τιμές των  $k$  και  $\lambda$ .

### **ΘΕΜΑ 3ο**

Δίνεται τρίγωνο  $AB\Gamma$ . Προεκτείνουμε την  $BA$  κατά τμήμα  $A\Delta = AB$  και την  $\Gamma A$  κατά τμήμα  $AE = A\Gamma$ . Έστω τυχαίο σημείο  $M$  της πλευράς  $B\Gamma$  και η προέκτασή της  $MA$  τέμνει την  $\Delta E$  στο σημείο  $N$ . Να δείξετε ότι:

**A.** Το τρίγωνο  $AB\Gamma$  είναι ίσο με το τρίγωνο  $A\Delta E$ .

**B.**  $\Delta E = B\Gamma$  και  $\hat{B} = \hat{\Delta}$ .

**Γ.**  $BM = \Delta N$ .