

**ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Γ' ΤΑΞΗΣ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ**

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΘΕΩΡΙΑ

ΘΕΜΑ 1ο

A. Να συμπληρώσετε τις παρακάτω ισότητες:

α) $(\alpha + \beta)^2 = \dots\dots\dots$

β) $(\alpha - \beta)(\alpha + \beta) = \dots\dots\dots$

γ) $(\alpha + \beta)^3 = \dots\dots\dots$

B. Να αποδείξετε την ταυτότητα: $(\alpha - \beta)^3 = \alpha^3 - 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 - \beta^3$.

Γ. Να χαρακτηρίσετε καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις με **Σ** αν είναι σωστή ή με **Λ** αν είναι λανθασμένη.

α) Για κάθε αριθμό α και β ισχύει ότι $(-\alpha - \beta)^2 = -\alpha^2 - 2\alpha\beta - \beta^2$.

β) Η τιμή του πολυωνύμου $-x^3 + 2xy - y^2$ για $x = -1$ και $y = -2$ είναι ίση με 0.

γ) Η εξίσωση $(x - 1)(x + 2) = 0$ έχει ρίζες του αριθμούς 1 και -2.

ΘΕΜΑ 2ο

Στο διπλανό σχήμα, παριστάνεται ορθοκανονικό σύστημα αξόνων Oxy , σημείο του $M(x,y)$ και γωνία $\hat{\omega} = \angle xOM$. Συμβολίζουμε, ακόμη, με ρ την απόσταση του M από την αρχή O του συστήματος, δηλαδή $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$.

A. Να εκφράσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς $\eta\omega$, $\sigma\upsilon\nu\omega$ και $\epsilon\varphi\omega$ της γωνίας ω με τη βοήθεια των συντεταγμένων x, y του σημείου M και της απόστασης ρ του M από την αρχή O του συστήματος.

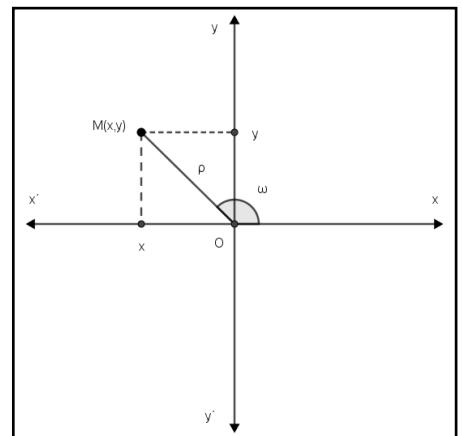
B. Να αποδείξετε ότι για κάθε γωνία ω ισχύει ότι: $\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1$.

Γ. Να χαρακτηρίσετε καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις με **Σ** αν είναι σωστή ή με **Λ** αν είναι λανθασμένη.

α) Η τριγωνομετρική ταυτότητα $\epsilon\varphi\omega = \frac{\eta\mu\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega}$ δεν ισχύει αν η ω είναι ορθή γωνία.

β) Αν η γωνία ω είναι αμβλεία ισχύει ότι $\epsilon\varphi(180^\circ - \omega) > 0$.

γ) Αν η γωνία ω είναι αμβλεία τότε ισχύει $\eta\mu\omega + \sigma\upsilon\nu\omega \cdot \epsilon\varphi\omega > 0$.



ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1ο

A. Να βρείτε τα αναπτύγματα των παραστάσεων:

α) $(3x + y^2)^2$ και **β)** $(2x - 3)^3$

B. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = (2x - 3)^2 - (x + 2)^2 - 2x^2 + 11x + 1$.

α) Να δείξετε ότι $P(x) = x^2 - 5x + 6$.

β) Να λύσετε την εξίσωση $P(x) = 0$.

γ) Να απλοποιήσετε την παράσταση $\frac{P(x)}{x^3 - 4x}$.

ΘΕΜΑ 2ο

A. α) Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις $4x^2 - 25$ και $4x^2 + 20x + 25$.

β) Να απλοποιήσετε την παράσταση $\frac{4x^2 + 20x + 25}{x^2 + x} : \frac{4x^2 - 25}{x^2 + 2x + 1}$.

γ) Να λύσετε την εξίσωση $3x^2(2x + 5) + (4x^2 - 25) = 0$.

B. Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{cases} \frac{2x-1}{5} - \frac{1-y}{2} = 2 \\ 2(x-3) - 3(y+2) = 3 \end{cases}$$

ΘΕΜΑ 3ο

Στο διπλανό σχήμα δίνεται ότι:

$$AB = AG, BZ = GH \text{ και } \hat{A}\hat{B}\hat{\Gamma} = \hat{A}\hat{\Gamma}\hat{B} = \hat{Z} = \hat{H} = \varphi$$

A. Να εξηγήσετε γιατί τα τρίγωνα $B\Delta Z$ και $\Gamma E H$ είναι ίσα.

B. Να εξηγήσετε γιατί τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και $B\Delta Z$ είναι όμοια.

Γ. Αν ισχύει ότι

$$AB = 6, B\Gamma = 4, \Delta Z = x + 1 \text{ και } ZB = x$$

να υπολογίσετε το x .

