

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{\alpha + \beta x}{x^2 + 4}$ με $\alpha, \beta > 0$.

Η γραφική παράσταση της f τέμνει τον άξονα $x'x$ στο σημείο A και τον άξονα $y'y$ στο σημείο B .

Η τετμημένη του σημείου A και η τεταγμένη του σημείου B είναι ίσες με $\frac{3}{2}$.

α) Να δείξετε ότι $\alpha = 6$ και $\beta = -4$.

β) Να μελετήσετε την f ως προς τη μονοτονία και να βρείτε τα ακρότατά της.

γ) Να αποδείξετε ότι η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της f στο σημείο B τέμνει τον άξονα $x'x$ στο σημείο A .

δ) Έστω η συνάρτηση $g(x) = (x^2 + 4)^2 \cdot f'(x)$. Να υπολογίσετε το όριο $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(1+h) - g(1)}{h}$.