

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{x+1}{x^2+\alpha}$ όπου $\alpha > 0$.

Η εφαπτομένη (ϵ) της γραφικής παράστασης της f στο σημείο που τέμνει τον άξονα $x'x$ (σημείο A) έχει συντελεστή διεύθυνσης ίσο με $\frac{1}{4}$.

α) Να δείξετε ότι $\alpha = 3$.

β) Να μελετήσετε την f ως προς τη μονοτονία και να βρείτε τα ακρότατά της.

γ) Να δείξετε ότι η εφαπτομένη (ϵ) διέρχεται από το μέγιστο της f και η εφαπτομένη (ζ) της γραφικής παράστασης της f στο σημείο που τέμνει τον άξονα $y'y$ διέρχεται από το σημείο A .

δ) Έστω η συνάρτηση $g(x) = (x^2 + 3)^2 \cdot f'(x)$. Να υπολογίσετε το όριο $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{g(x)}{\sqrt{g'(x)} - 2}$.

Schools.patakis.gr