

Έστω η συνεχής συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με $f(x) = \begin{cases} x\sqrt{\frac{x+1}{x}} & , x \neq 0 \\ \alpha & , x = 0 \end{cases}$, $\alpha \in \mathbb{R}$.

- α) Να δείξετε ότι $\alpha = 0$.
- β) Να βρείτε τα κρίσιμα σημεία της f .
- γ) Να εξετάσετε την f ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα και να βρείτε το σύνολο τιμών της.
- δ) Να βρείτε την πλάγια ασύμπτωτη της f στο $-\infty$ και να δείξετε ότι έχει μόνο ένα κοινό σημείο με τη γραφική παράσταση της f , το οποίο βρίσκεται στο διάστημα $(-1, 0)$.
- ε) Έστω η συνάρτηση $g: (-\infty, -1] \rightarrow \mathbb{R}$ με $g(x) = f(x)$.
- i. Να δείξετε ότι η g αντιστρέφεται και να βρείτε την αντίστροφη συνάρτησή της g^{-1} .
- ii. Να βρείτε το σημείο της γραφικής παράστασης της g^{-1} στο οποίο η εφαπτομένη της τέμνει τον άξονα $x'x$ σε σημείο με τετμημένη ίση με 1.