

Δίνεται η συνάρτηση  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  με  $f(x) = \frac{x(2 + \eta\mu x)}{x - \sqrt{x^2 + 1}}$ .

α) i. Να δείξετε ότι για κάθε  $x \in \mathbb{R}$  ισχύει  $\frac{1}{x - \sqrt{x^2 + 1}} < -2x$ .

ii. Να δείξετε ότι για κάθε  $x \geq 0$  ισχύει  $f(x) \leq -2x^2$  και στη συνέχεια να υπολογίσετε το όριο  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .

β) Να βρείτε τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της  $f$  με τη γραφική παράσταση της συνάρτησης  $t(x) = -3x(x + \sqrt{x^2 + 1})$ .

γ) i. Να ορίσετε τη συνάρτηση  $h = f \circ g$  με  $g(x) = \frac{1}{x}$ .

ii. Να υπολογίσετε τα όρια  $\lim_{x \rightarrow -\infty} h(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x)$  και  $\lim_{x \rightarrow 0^+} h(x)$ .

Schools.patakis.gr