

Δίνεται η συνάρτηση  $f : (-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  με  $f(x) = \begin{cases} (1-x)\ln(1-x^2) & , x \in (-1, 1) \\ 0 & , x = 1 \end{cases}$ .

- α) Να δείξετε ότι η  $f$  είναι συνεχής στο 1 και ότι δεν είναι παραγωγίσιμη στο 1 .
- β) Να εξετάσετε την  $f$  ως προς την κυρτότητα και τα σημεία καμπής .
- γ) Να δείξετε ότι η  $f$  έχει ολικό μέγιστο το 0 για  $x_1 = 0$  και  $x_2 = 1$  και τοπικό ελάχιστο για  $x_3 \in (\rho, 1)$ , όπου  $(\rho, f(\rho))$  είναι το σημείο καμπής της  $f$  .
- δ) Να δείξετε ότι η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της  $f$  στο  $(x_3, f(x_3))$  την τέμνει και σε άλλο σημείο της.
- ε) Να δείξετε ότι οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων  $f$  και  $g$ , με  $g(x) = (1-x^2)\ln(1-|x|)$  έχουν ακριβώς δύο σημεία τομής στο διάστημα  $(-1, 1)$  .
- στ) i. Να βρείτε την αρχική  $F$  της  $f$  η οποία διέρχεται από την αρχή των αξόνων.
- ii. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από τη γραφική παράσταση της  $f$  και τον άξονα  $x'x$  .

Schools.patakis.gr