

Δίνεται η παραγωγίσιμη συνάρτηση $f : [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ με $f(x) = \begin{cases} \frac{\ln(x^2+1)}{(x+\alpha)^2} & , x > 0 \\ \beta & , x = 0 \end{cases}$ με $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ και

$\alpha \geq 0$. Η f παρουσιάζει ολικό μέγιστο στο 0 .

- α) Να δείξετε ότι $\alpha = 0$ και $\beta = 1$.
- β) Να εξετάσετε την f ως προς τη μονοτονία και να βρείτε το σύνολο τιμών της.
- γ) Να δείξετε ότι υπάρχει μοναδική εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της f σε σημείο της $(x_0, f(x_0))$ με $x_0 > 0$, η οποία διέρχεται από το ολικό της μέγιστο.
- δ) Να δείξετε ότι η εξίσωση $f(x) = f^{-1}(x)$ έχει μοναδική λύση.

Schools.patakis.gr