

Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με $f(x) = \begin{cases} \ln(1-x^3) & , x < 0 \\ 4x\sqrt{x} - 3x^2 & , x \geq 0 \end{cases}$.

- α)** **i.** Να δείξετε ότι η f είναι συνεχής στο 0 .
- ii.** Να δείξετε ότι η f είναι παραγωγίσιμη στο 0 .
- β)** **i.** Να εξετάσετε την f ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα.
- ii.** Να βρείτε το σύνολο τιμών της f .
- γ)** **i.** Να ορίσετε τη συνάρτηση $h = f \circ g$ με $g(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{-x}}$.
- ii.** Να βρείτε τις ασύμπτωτες της h .
- δ)** Να εξετάσετε την f ως προς την κυρτότητα και τα σημεία καμπής.
- ε)** Να δείξετε ότι η γραφική παράσταση της f έχει μοναδική εφαπτομένη σε σημείο της $(x_0, f(x_0))$ με $x_0 < 0$ η οποία να διέρχεται από την αρχή των αξόνων.

Schools.patakis.gr