

Δίνεται η συνάρτηση  $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$  με  $f(x) = \alpha x + \beta + \frac{1 + \ln x}{\sqrt{x}}$ ,  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ .

Η ευθεία  $(\varepsilon): y = x - 1$  είναι πλάγια ασύμπτωτη της γραφικής παράστασης της  $f$  στο  $+\infty$ .

- α)** Να δείξετε ότι  $\alpha = 1$  και  $\beta = -1$ .
- β)**
- i.** Να δείξετε ότι η  $f$  είναι γνησίως αύξουσα.
  - ii.** Να βρείτε το σύνολο τιμών της  $f$ .
- γ)** Έστω  $E(\lambda)$  το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από τη γραφική παράσταση της  $f$ , την ευθεία  $(\varepsilon)$  και τις ευθείες  $x = \frac{1}{e}$  και  $x = \lambda$  με  $0 < \lambda < \frac{1}{e}$ .
- i.** Να δείξετε ότι  $E(\lambda) = \frac{4}{\sqrt{e}} - 2\sqrt{\lambda} + 2\sqrt{\lambda} \ln \lambda$ .
  - ii.** Να υπολογίσετε το όριο  $\lim_{\lambda \rightarrow 0^+} E(\lambda)$ .

Schools.patakis.gr