

1. ΘΕΜΑ_2_36889

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^2 + 2x - 15$, $x \in \mathbb{R}$.

α) Να υπολογίσετε το άθροισμα $f(-5) + f(0) + f(3)$.

β) Να βρείτε τα κοινά σημεία της γραφικής της παράστασης της f με τους άξονες.

2. ΘΕΜΑ_2_36885

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 2}$.

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f .

β) i. Να βρείτε τις τιμές του x για τις οποίες ισχύει $f(x) = 0$.

ii. Να βρείτε τις τιμές $f(0)$ και $f(3)$.

γ) Να βρείτε τα κοινά σημεία της γραφικής παράστασης της f με τους άξονες.

3. ΘΕΜΑ_2_35413

Δίνεται η συνάρτηση f , με τύπο $f(x) = \frac{1}{x^2 - 1}$.

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης.

β) Να βρείτε τις δυνατές τιμές του πραγματικού αριθμού α , ώστε το σημείο $M\left(\alpha, \frac{1}{8}\right)$ να ανήκει στη γραφική παράσταση της συνάρτησης f .

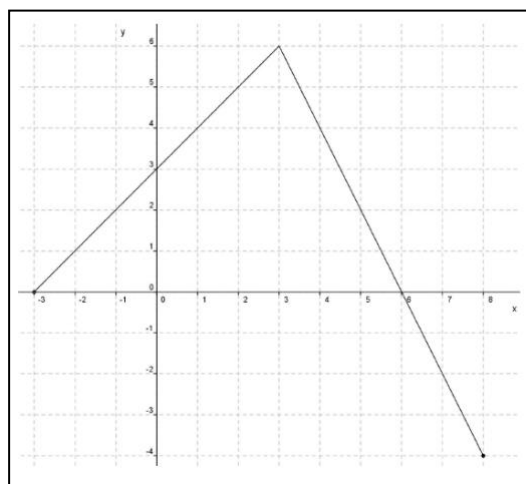
4. ΘΕΜΑ_2_35034

Στο διπλανό σύστημα συντεταγμένων δίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f .

α) Να προσδιορίσετε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης.

β) Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα τιμών:

x	-3	-1	0	3		
y					-2	-4



γ) Να βρείτε τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της συνάρτησης με τους άξονες συντεταγμένων.

δ) Να προσδιορίσετε το διάστημα του πεδίου ορισμού στο οποίο η συνάρτηση παίρνει θετικές τιμές.

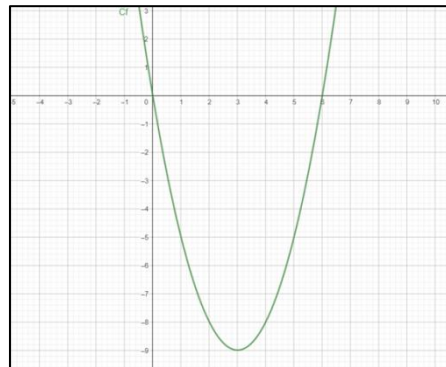
5. ΘΕΜΑ_2_34159

Δίνεται η συνάρτηση f , με $f(x) = \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 3}$.

- α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f .
- β) Να απλοποιήσετε τον τύπο της συνάρτησης f .
- γ) Να βρείτε τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της f με τους άξονες $x'x$ και $y'y$.

6. ΘΕΜΑ_2_15000

Δίνεται η γραφική παράσταση C_f μιας συνάρτησης f που είναι ορισμένη σε όλο το \mathbb{R} , όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Με τη βοήθεια του σχήματος:



- α) Να βρείτε τις τιμές της f για $x = 0, 1, 3, 5$.
- β) Να λύσετε γραφικά την εξίσωση $f(x) = 0$.
- γ) Να λύσετε γραφικά την ανίσωση $f(x) < 0$.

7. ΘΕΜΑ_2_14628

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x}$, $x \neq 0$.

- α) Να αποδείξετε ότι η γραφική της παράσταση C_f διέρχεται από το σημείο $A(4, 3)$.
- β) Να εξετάσετε αν το σημείο $B(-4, -3)$ είναι σημείο της C_f .
- γ) Να βρείτε τα κοινά σημεία της γραφικής παράστασης C_f της f με την ευθεία $y = 3$.

8. ΘΕΜΑ_2_14603

Δίνεται η συνάρτηση f , με: $f(x) = \begin{cases} 2x - 5, & x \leq 3 \\ x^2, & 3 < x < 10 \end{cases}$.

- α) Να υπολογίσετε τις τιμές $f(-1)$, $f(3)$ και $f(5)$.
- β) Διέρχεται η γραφική παράσταση της f από την αρχή των αξόνων; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.
- γ) Να βρείτε το σημείο τομής της γραφικής παράστασης της f με τον $y'y$ άξονα.

9. ΘΕΜΑ_2_14596

Δίνεται η συνάρτηση: $f(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{x + 1}$ με $x \neq -1$.

- α) Να απλοποιήσετε τον τύπο της συνάρτησης και να δείξετε ότι $f(x) = x - 3$ για κάθε $x \neq -1$.
- β) Να εξετάσετε αν η γραφική παράσταση της συνάρτησης f διέρχεται από το σημείο $A(1, -4)$.

10. ΘΕΜΑ_2_14072

Δίνεται η συνάρτηση f , με $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 2}$.

- α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού A της συνάρτησης f .
- β) Ανήκει το σημείο $M(1,3)$ στη γραφική παράσταση της συνάρτησης f ;
- γ) Να βρείτε τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της f με τους άξονες $x'x$ και $y'y$.

11. ΘΕΜΑ_2_12913

α) Να παραγοντοποιήσετε το τριώνυμο $x^2 + 2x - 3$.

β) Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{x^2 + 2x - 3}{x - 1}$.

- i. Να βρείτε το πεδίο ορισμού A της παραπάνω συνάρτησης f .
- ii. Να δείξετε ότι $f(x) = x + 3$ για κάθε $x \in A$.
- iii. Να παραστήσετε γραφικά τη συνάρτηση f .

12. ΘΕΜΑ_2_13322

Δίνεται η συνάρτηση $g(x) = \frac{x}{x^2 + 2} + \sqrt{x - 1}$.

- α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης g .
- β) Να βρείτε (εφόσον ορίζονται) τις τιμές της συνάρτησης g για $x = 1$, $x = -2$, $x = 2$.
- γ) Τέμνει η γραφική παράσταση της συνάρτησης g τον $y'y$ άξονα;

13. ΘΕΜΑ_2_12686

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{2x}{x - 1}$.

- α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f .
- β) Να εξετάσετε αν το σημείο $M(2,4)$ ανήκει στη γραφική παράσταση της συνάρτησης f .
- γ) Να βρείτε τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f με τους άξονες.

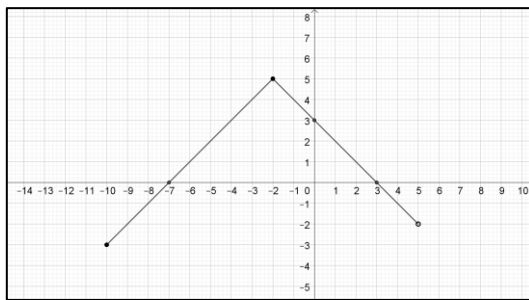
14. ΘΕΜΑ_2_12680

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{x - 1}{\sqrt{x} - 1}$.

- α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f .
- β) Να εξετάσετε αν το σημείο $M(4,3)$ ανήκει στη γραφική παράσταση της f .
- γ) Να εξετάσετε αν το σημείο $N(-1,-2)$ ανήκει στη γραφική παράσταση της f .

15. ΘΕΜΑ_2_12910

Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f .

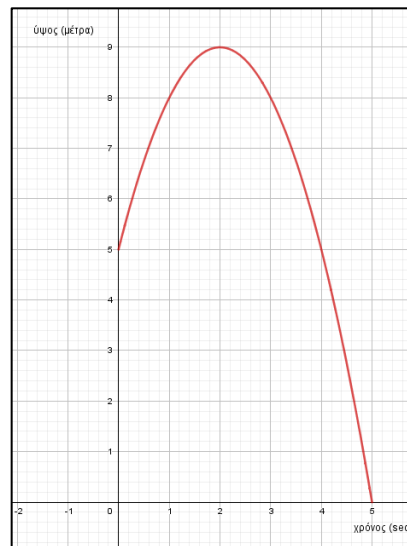


- α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της A και το σύνολο τιμών της $f(A)$.
- β) Να βρείτε τις τιμές $f(-2)$, $f(0)$, $f(3)$.
- γ) Με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης να βρείτε τις τιμές του x για τις οποίες $f(x) = 0$.
- δ) Με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης να βρείτε τις τιμές του x για τις οποίες $f(x) < 0$.

16. ΘΕΜΑ_2_12729

Ένα σώμα εκτελεί κατακόρυφη βολή, ώστε η απόστασή του από το έδαφος (μέτρα) σε σχέση με το χρόνο (sec) να φαίνονται στο διπλανό διάγραμμα. Από τις πληροφορίες του διαγράμματος να απαντήσετε στις παρακάτω ερωτήσεις. Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

- α) Από ποιο ύψος εκτελείται η κατακόρυφη βολή;
- β) Ποιο το μέγιστο ύψος που φτάνει το σώμα και ποια χρονική στιγμή συμβαίνει αυτό;
- γ) Να βρείτε τις χρονικές στιγμές που το σώμα βρίσκεται σε ύψος 8 μέτρα από το έδαφος.
- δ) Να βρείτε τις χρονικές στιγμές που το σώμα συναντά το έδαφος.



17. ΘΕΜΑ_3_37190

- α) Να παραγοντοποιήσετε την παράσταση: $A = x^3 - x^2 + 3x - 3$.
- β) Να δείξετε ότι οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων $f(x) = \frac{3}{x}$ και $g(x) = x^2 - x + 3$ έχουν ένα μόνο κοινό σημείο, το $A(1,3)$.

18. ΘΕΜΑ_3_14754

- α) Να δείξετε ότι $x^2 + 2x + 4 > 0$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \left| \frac{x^3 - 8}{x - 2} \right|$.

- β) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της A .

γ) Να δείξετε ότι $f(x) = x^2 + 2x + 4$ για κάθε $x \in A$.

δ) Να εξετάσετε αν η γραφική παράσταση της f έχει κοινά σημεία με τη γραφική παράσταση της g , όπου $g(x) = 6x$.

19. ΘΕΜΑ_3_14752

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 5x + 6}}{x - 2}$.

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f .

β) Να δείξετε ότι το σημείο $M(1, -\sqrt{2})$ ανήκει στη γραφική παράσταση της f .

γ) Να βρείτε τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της f με τους άξονες $x'x$, $y'y$.

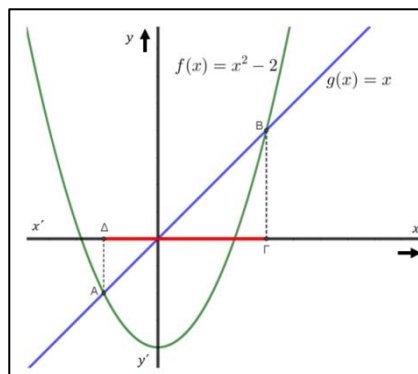
20. ΘΕΜΑ_3_14673

Στο διπλανό σχήμα δίνονται οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων $f(x) = x^2 - 2$ και $g(x) = x$.

α) Να αποδείξετε ότι οι συντεταγμένες των σημείων A και B είναι $A(-1, -1)$ και $B(2, 2)$.

β) Να λύσετε την ανίσωση $x^2 - x - 2 < 0$.

γ) Να λύσετε την ανίσωση $\omega^2 - |\omega| - 2 < 0$.



21. ΘΕΜΑ_3_14604

Δίνεται η συνάρτηση f , με: $f(x) = \begin{cases} 2x - 5, & x \leq 3 \\ x^2, & 3 < x < 10 \end{cases}$.

α) Να γράψετε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f σε μορφή διαστήματος.

β) Να υπολογίσετε τις τιμές $f(-1)$, $f(3)$ και $f(5)$.

γ) Διέρχεται η γραφική παράσταση της f από την αρχή των αξόνων; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

δ) Να βρείτε το σημείο της γραφικής παράστασης της f που έχει τεταγμένη $y = 21$.

22. ΘΕΜΑ_4_37206

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = x^2 + 3x + 2$ και $g(x) = x + 1$, $x \in \mathbb{R}$.

α) Να δείξετε ότι οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f , g έχουν ένα μόνο κοινό σημείο, το οποίο στη συνέχεια να προσδιορίσετε.

β) Δίνεται η συνάρτηση $h(x) = x + \alpha$. Να δείξετε ότι:

i. Αν $\alpha > 1$, τότε οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f , h έχουν δύο κοινά σημεία.

ii. Αν $\alpha < 1$, τότε οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f , h δεν έχουν κοινά σημεία.

23. ΘΕΜΑ_4_36676

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = ax - a + 2$ και $g(x) = x^2 - a + 3$ με $a \in \mathbb{R}$.

- α) Να αποδείξετε ότι η γραφική παράσταση της f διέρχεται από το σημείο $(1,2)$ για κάθε τιμή του πραγματικού αριθμού a .
- β) Αν οι γραφικές παραστάσεις των f και g τέμνονται σε σημείο με τετμημένη 1, τότε:
- Να αποδείξετε ότι $a = 2$.
 - Για $a = 2$ υπάρχει άλλο σημείο τομής των γραφικών παραστάσεων των f και g ;
Αιτιολογήστε την απάντησή σας.
- γ) Να αποδείξετε ότι το πλήθος των κοινών σημείων των γραφικών παραστάσεων των f και g είναι ίδιο με το πλήθος των ριζών της εξίσωσης $x^2 - ax + 1 = 0$ και στη συνέχεια ότι για $a = 3$, $a = -2$, $a = 1$ έχουν αντίστοιχα δύο, ένα, κανένα σημεία τομής.

24. ΘΕΜΑ_4_36684

Δίνονται οι συναρτήσεις f και g , με $f(x) = x^2 - 2x$ και $g(x) = 3x - 4$, $x \in \mathbb{R}$.

- α) Να βρείτε τα κοινά σημεία των γραφικών παραστάσεων των συναρτήσεων f και g .
- β) Να βρείτε τα διαστήματα στα οποία η γραφική παράσταση της f είναι κάτω από εκείνη της g .
- γ) Να αποδείξετε ότι κάθε ευθεία της μορφής $y = a$, $a < -1$, βρίσκεται κάτω από τη γραφική παράσταση της f .

25. ΘΕΜΑ_4_36681

Για δεδομένο $\lambda \in \mathbb{R}$, θεωρούμε τη συνάρτηση f , με $f(x) = (\lambda + 1)x^2 - (\lambda + 1)x + 2$, $x \in \mathbb{R}$.

- α) Να δείξετε ότι, για οποιαδήποτε τιμή του λ , η γραφική παράσταση της συνάρτησης f διέρχεται από το σημείο $A(0,2)$.
- β) Για $\lambda = -1$, να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της f .
- γ) Αν η γραφική παράσταση της f τέμνει τον άξονα $x'x$ στο σημείο $B(2,0)$, να βρείτε την τιμή του λ και να εξετάσετε αν η γραφική παράσταση τέμνει τον άξονα $x'x$ και σε άλλο σημείο.
- δ) Για $\lambda = 1$, να δείξετε ότι η γραφική παράσταση της f βρίσκεται ολόκληρη πάνω από τον άξονα $x'x$.

26. ΘΕΜΑ_4_36657

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = x^2$ και $g(x) = \lambda x + (1 - \lambda)$, $x \in \mathbb{R}$ και $\lambda \neq 0$, παράμετρος.

- α) Να αποδείξετε ότι οι γραφικές παραστάσεις τους C_f , C_g έχουν για κάθε τιμή της παραμέτρου λ ένα τουλάχιστον κοινό σημείο.
- β) Να βρείτε για ποια τιμή της παραμέτρου λ οι C_f , C_g έχουν ένα μόνο κοινό σημείο; Ποιο είναι το σημείο αυτό;

- γ) Αν $\lambda \neq 2$ και x_1, x_2 είναι οι τετμημένες των κοινών σημείων των C_f, C_g , να βρείτε την τιμή της παραμέτρου λ ώστε να ισχύει $(x_1 + x_2)^2 = |x_1 + x_2| + 2$.

27. ΘΕΜΑ_4_35385

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = x^2 + \beta, g(x) = x + \beta$, όπου $x \in \mathbb{R}$ και β σταθερός πραγματικός αριθμός.

Είναι γνωστό ότι η γραφική παράσταση της $g(x)$ διέρχεται από το σημείο $M\left(\frac{3\beta}{2}, -3 - \frac{\beta}{2}\right)$.

α) Να αποδείξετε ότι $\beta = -1$.

β) Για $\beta = -1$:

i. Να βρείτε τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της συνάρτησης $f(x)$ με τους άξονες $x'x, y'y$.

ii. Να βρείτε τα διαστήματα στα οποία η γραφική παράσταση της $f(x)$ βρίσκεται κάτω από τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $g(x)$.

iii. Να λύσετε την εξίσωση $\frac{f(x)}{g(x)} + \frac{g(x)}{f(x)} = 3$.

28. ΘΕΜΑ_4_14786

Δίνονται τα σημεία $A(\lambda, 1)$ και $B(2 - \lambda^2, \mu)$, με $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$.

α) Αν τα σημεία A, B είναι συμμετρικά ως προς τον άξονα $x'x$, να βρείτε τις τιμές των λ, μ .

β) Αν επιπλέον το σημείο A βρίσκεται στο δεύτερο τεταρτημόριο του ορθοκανονικού συστήματος, να βρείτε την τιμή του λ .

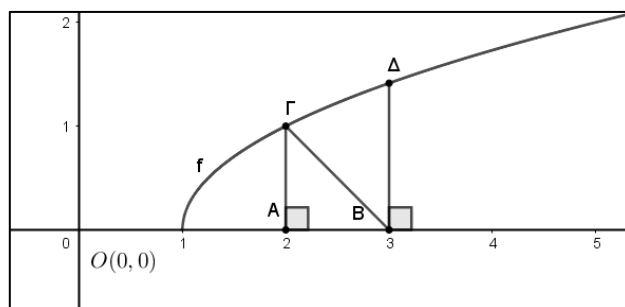
γ) Για $\lambda = -2$ και $\mu = -1$

i. Να βρείτε την απόσταση των σημείων A, B .

ii. Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου OAB , όπου O η αρχή των αξόνων.

29. ΘΕΜΑ_4_14771

Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = \sqrt{x-a}$ όπου $a \in \mathbb{R}$.



α) Με βάση το σχήμα, να δείξετε ότι $a = 1$.

β) Αν $a = 1$, να βρείτε το πεδίο ορισμού της f .

γ) i. Να δείξετε ότι οι συντεταγμένες των σημείων Γ και Δ είναι (2,1) και (3,√2) αντίστοιχα.

ii. Να βρείτε το μήκος του τμήματος ΒΓ .

iii. Να δείξετε ότι το τρίγωνο ΒΔΓ είναι ισοσκελές.

30. ΘΕΜΑ_4_14744

α) Να αποδείξετε ότι $x - x^2 \leq \frac{1}{4}$ για κάθε πραγματικό αριθμό x . Πότε ισχύει το ίσον;

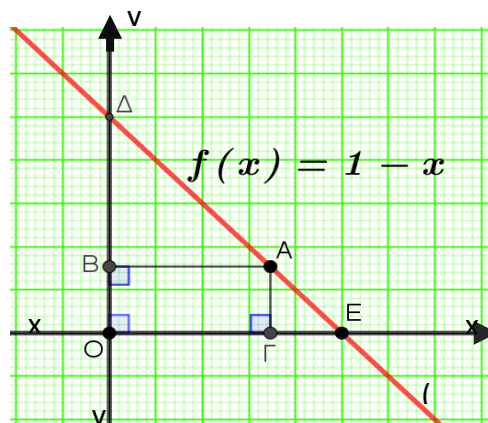
β) Στο διπλανό σχήμα έχει σχεδιασθεί η γραφική παράσταση (ε) της συνάρτησης $f(x) = 1 - x$, $x \in \mathbb{R}$, η οποία τέμνει τους άξονες $x'x$ και $y'y$ στα σημεία Ε και Δ αντίστοιχα.

Ένα μεταβλητό σημείο Α, με τετμημένη a , κινείται επί της ευθείας (ε) και μεταξύ των σημείων Δ και Ε. Φέρνουμε από το Α καθέτους στους άξονες και έστω Β και Γ τα σημεία τομής με $y'y$ και $x'x$ αντίστοιχα.

i. Να βρείτε το εμβαδόν του ορθογωνίου ΑΒΟΓ.

ii. Να αποδείξετε ότι η μεγαλύτερη δυνατή τιμή του

εμβαδού του μεταβλητού ορθογωνίου ΑΒΟΓ είναι $\frac{1}{4}$. Για ποια θέση του σημείου Α επιτυγχάνεται αυτή η τιμή;



31. ΘΕΜΑ_4_14763

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{3\sqrt{x^2 - 8x + \lambda}}{x - 4} + 2$, για $x \neq 4$ και $\lambda \geq 16$.

α) Να βρείτε το $\lambda \geq 16$ ώστε η γραφική παράσταση της f να διέρχεται από το σημείο της $M(0, -1)$.

β) Αν $\lambda = 16$, τότε:

i. Να αποδείξετε ότι: $f(x) = \begin{cases} -1, & x < 4 \\ 5, & x > 4 \end{cases}$.

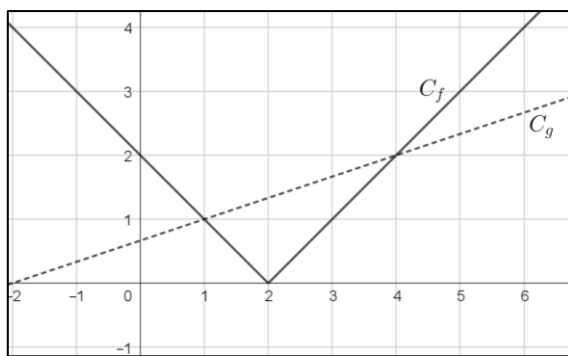
ii. Να σχεδιάσετε σε σύστημα αξόνων τη γραφική παράσταση της f .

iii. Για $x < 4$, να βρείτε τα σημεία της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f των οποίων η απόστασή τους από το σημείο $A(-1, -1)$ είναι 10 μονάδες μήκους.

32. ΘΕΜΑ_4_34312

Στο παρακάτω σχήμα, δίνονται οι γραφικές παραστάσεις C_f και C_g των συναρτήσεων f και g αντίστοιχα,

με: $f(x) = |x - 2|$ και $g(x) = \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$, με $x \in \mathbb{R}$.



- α) Με βάση το σχήμα, να εκτιμήσετε την τιμή των συντεταγμένων των σημείων τομής γραφικών παραστάσεων C_f και C_g .
- β) Να επιβεβαιώσετε αλγεβρικά την απάντησή σας στο ερώτημα α).
- γ) Με τη βοήθεια των γραφικών παραστάσεων να βρείτε για ποιες τιμές του x η C_f βρίσκεται πάνω από τη C_g .
- δ) Με τη βοήθεια του ερωτήματος γ), να βρείτε για ποιες τιμές του x ορίζεται στους πραγματικούς αριθμούς η παράσταση: $K = \sqrt{3|2-x| - (x+2)}$.

33. ΘΕΜΑ_4_34309

Θεωρούμε τις συναρτήσεις: $f(x) = x^2 + 1$ και $g(x) = x + \alpha$ με $x \in \mathbb{R}$ και $\alpha \in \mathbb{R}$.

- α) Για $\alpha = 1$, να προσδιορίσετε τα κοινά σημεία των γραφικών παραστάσεων των συναρτήσεων f και g .
- β) Να βρείτε για ποιες τιμές του α , οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f και g τέμνονται σε δύο σημεία.
- γ) Για $\alpha > 1$, να εξετάσετε αν οι τετμημένες των σημείων τομής των γραφικών παραστάσεων των συναρτήσεων f και g είναι ομόσημες ή ετερόσημες.

34. ΘΕΜΑ_4_33754

Για την ενοικίαση ενός συγκεκριμένου τύπου αυτοκινήτου για μια ημέρα, η εταιρία Α χρεώνει τους πελάτες της σύμφωνα με τον τύπο: $y = 60 + 0,20x$, όπου x είναι η απόσταση που διανύθηκε σε Km και y το ποσό της χρέωσης σε ευρώ.

- α) Τι ποσό θα πληρώσει ένας πελάτης της εταιρείας Α ο οποίος, σε μια ημέρα, ταξίδεψε 400 Km ;
- β) Πόσα χιλιόμετρα ταξίδεψε ένας πελάτης ο οποίος για μια ημέρα πλήρωσε 150 ευρώ;
- γ) Μια άλλη εταιρεία, η Β, χρεώνει τους πελάτες της ανά ημέρα σύμφωνα με τον τύπο $y = 80 + 0,10x$, όπου, όπως και προηγουμένως, x είναι η απόσταση που διανύθηκε σε Km και y είναι το ποσό της χρέωσης σε ευρώ. Να εξετάσετε ποια από τις δύο εταιρείες μας συμφέρει να επιλέξουμε, ανάλογα με την απόσταση που σκοπεύουμε να διανύσουμε.
- δ) Αν $f(x) = 60 + 0,20x$ και $g(x) = 80 + 0,10x$ είναι οι συναρτήσεις που εκφράζουν τον τρόπο χρέωσης των εταιρειών Α και Β αντίστοιχα, να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου τομής των γραφικών παραστάσεων των συναρτήσεων f και g και να εξηγήσετε τι εκφράζει η τιμή κάθε μιας από τις συντεταγμένες σε σχέση με το πρόβλημα το ερωτήματος γ).

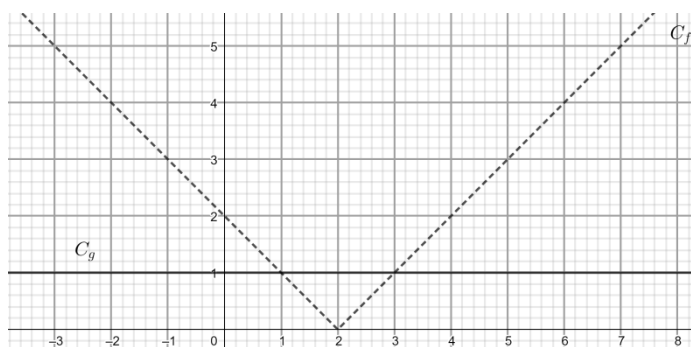
35. ΘΕΜΑ_4_33701

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = (x-1)^2 - 4$ και $g(x) = |x-1| + 2$ με $x \in \mathbb{R}$.

- Να βρείτε τις τιμές του x για τις οποίες η γραφική παράσταση της συνάρτησης f βρίσκεται πάνω από τον άξονα $x'x$.
- Να δείξετε ότι για κάθε τιμή του x η γραφική παράσταση της συνάρτησης g βρίσκεται πάνω από τον άξονα $x'x$.
- Να βρείτε τα κοινά σημεία των γραφικών παραστάσεων των συναρτήσεων f και g .

36. ΘΕΜΑ_4_33597

Στο παρακάτω σχήμα δίνονται οι γραφικές παραστάσεις C_f και C_g των συναρτήσεων f και g αντίστοιχα, με $f(x) = |x-2|$ και $g(x) = 1$, $x \in \mathbb{R}$.



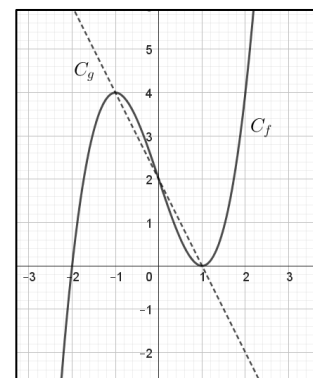
- Με τη βοήθεια του παραπάνω σχήματος, να βρείτε
 - τα σημεία τομής των C_f και C_g .
 - τις τιμές του $x \in \mathbb{R}$, για τις οποίες η C_f είναι κάτω από την C_g .
- Να επιβεβαιώσετε αλγεβρικά τις απαντήσεις σας στα ερωτήματα **ai)** και **aii)**.
- Να βρείτε για ποιες τιμές του $x \in \mathbb{R}$ η παράσταση $A = \frac{\sqrt{1-f(x)}}{f(x)}$ ορίζεται στους πραγματικούς αριθμούς.

37. ΘΕΜΑ_4_32742

Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ και της συνάρτησης $g(x) = -2x + 2$.

Με τη βοήθεια του σχήματος να βρείτε:

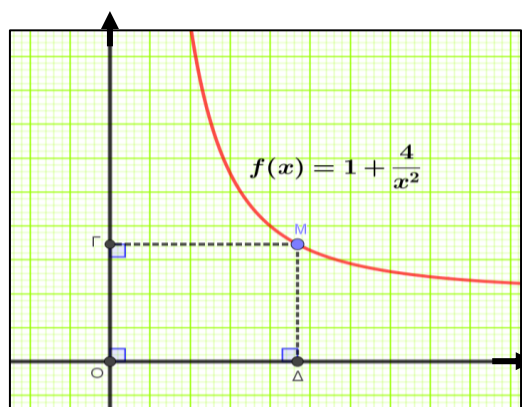
- τις τιμές του x για τις οποίες $f(x) = -2x + 2$,
- τις τιμές $f(-1)$, $f(0)$ και $f(1)$,
- τις τιμές του x , για τις οποίες η γραφική παράσταση της f βρίσκεται πάνω από τη γραφική παράσταση της g ,
- τις τιμές του x , για τις οποίες η παράσταση $A = \sqrt{f(x) + 2x - 2}$ ορίζεται στους πραγματικούς αριθμούς.



38. ΘΕΜΑ_4_16153

Θεωρούμε τη συνάρτηση $f(x) = 1 + \frac{4}{x^2}$.

- α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της.
- β) Να αποδείξετε ότι η γραφική παράσταση της f δεν τέμνει τους άξονες x' και y' .
- γ) Έστω $\alpha > 0$ η τετμημένη ενός τυχαίου σημείου M της γραφικής παράστασης της f . Αν ονομάσουμε E το εμβαδόν του ορθογωνίου $ΟΓΜΔ$ του σχήματος, να αποδείξετε ότι

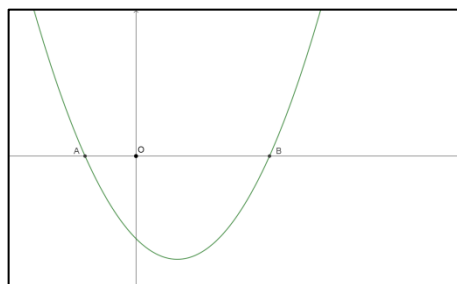


- i. $E = \alpha + \frac{4}{\alpha}$
- ii. $E \geq 4$

39. ΘΕΜΑ_4_14961

Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = x^2 - x - 1$.

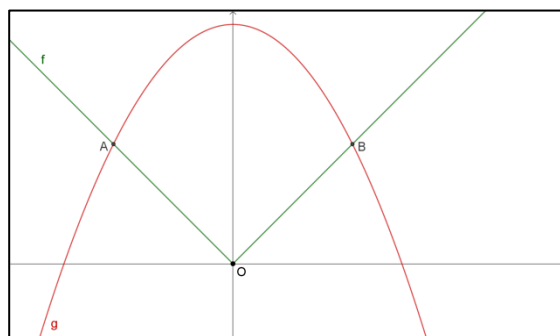
Αν $A(\omega, 0)$, $B(\varphi, 0)$



- α) Να δείξετε ότι: i. $\omega + \varphi = 1$ ii. $\omega \cdot \varphi = -1$
- β) Να δείξετε ότι $(OB) > (OA)$.
- γ) Αν ένας θετικός αριθμός β είναι μεγαλύτερος από τον αντίστροφό του και η διαφορά τους ξεπερνάει τη μία μονάδα, να δείξετε ότι $\beta > \varphi$.
- δ) Να δείξετε ότι $\varphi < \frac{5}{3}$.

40. ΘΕΜΑ_4_14926

Στο διπλανό σχήμα φαίνονται οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων $f(x) = |x|$ και $g(x) = 2 - x^2$. Τα A , B είναι τα σημεία τομής των γραφικών παραστάσεων των f , g .



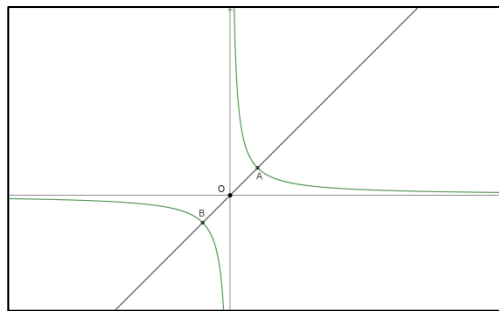
- α) Να βρείτε τις συντεταγμένες των σημείων A και B .
- β) Αν $A(-1, 1)$ και $B(1, 1)$,
 - i. Με βάση το παραπάνω σχήμα, να βρείτε για ποιες τιμές του x ισχύει ότι $f(x) < g(x)$.
 - ii. Να λύσετε αλγεβρικά την ανίσωση $f(x) < g(x)$ επαληθεύοντας την απάντηση στο ερώτημα β*i*.

41. ΘΕΜΑ_4_14925

Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της

$$f(x) = \frac{1}{x} \text{ και η ευθεία } AB \text{ με εξίσωση } y = x.$$

- α) Να βρείτε τις συντεταγμένες των A , B και να δείξετε ότι το $O(0,0)$ είναι το μέσο του AB .



Έστω $M(x,y)$ τυχαίο σημείο της γραφική παράστασης της f .

- β) Να δείξετε ότι και το συμμετρικό M' του M ως προς το $O(0,0)$ ανήκει στη γραφική παράσταση της f .
 γ) Αν $A(1,1), B(-1,-1)$, $M'(-x,-y)$ να δείξετε ότι $(AB) \leq (MM')$ για κάθε $x \in \mathbb{R} - \{0\}$ και να εξετάσετε τότε $(AB) = (MM')$.

42. ΘΕΜΑ_4_14810

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^2 - 7x + \kappa$, $\kappa \in \mathbb{R}$, της οποίας η γραφική παράσταση τέμνει τον άξονα $y'y$ στο σημείο με τεταγμένη $y = 10$.

- α) Να αποδείξετε ότι $\kappa = 10$.
 β) Να βρείτε για ποιες τιμές του x η γραφική παράσταση C_f της f είναι κάτω από τον άξονα $x'x$.
 γ) Έστω $A(\alpha, f(\alpha))$ και $B(\beta, f(\beta))$, $\alpha < \beta$ δυο σημεία της C_f που βρίσκονται κάτω από τον άξονα $x'x$.
 i. Να αποδείξετε ότι $\alpha < \frac{2\alpha + 3\beta}{5} < \beta$.
 ii. Να εξετάσετε αν το σημείο της C_f με τεταγμένη $x_0 = \frac{2\alpha + 3\beta}{5}$ βρίσκεται πάνω ή κάτω από τον άξονα $x'x$.

43. ΘΕΜΑ_4_14760

Δίνεται η συνάρτηση: $g(x) = \left[\frac{1}{\sqrt[3]{x^2 - x - 12}} \right]^3 \cdot (x^2 - 16)$.

- α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης g .
 β) Να δείξετε ότι $g(x) = \frac{x+4}{x+3}$ για κάθε x στο πεδίο ορισμού της.
 γ) Να βρείτε, αν υπάρχουν, τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της συνάρτησης g με τους άξονες.

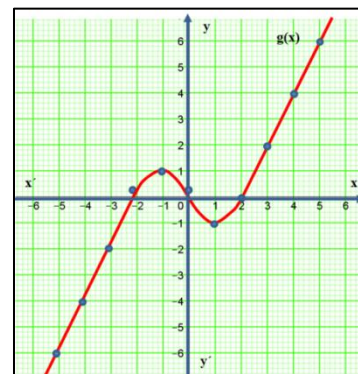
44. ΘΕΜΑ_4_14745

Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης $g(x)$. Κάποια σημεία της γραφικής παράστασης που έχουν ακέραιες συντεταγμένες έχουν σημειωθεί με έντονο τρόπο.

- α) Να λύσετε την ανίσωση $-2 \leq g(x) \leq 0$.
 β) Να λύσετε την ανίσωση $|g(x)| \leq 2$.

γ) i. Να βρείτε το πλήθος λύσεων των εξισώσεων $g(x) = \frac{4}{5}$ και $g(x) = -1$.

ii. Να βρείτε το πλήθος λύσεων της εξίσωσης $g(x) = k$ για τις διάφορες πραγματικές τιμές της παραμέτρου k .



45. ΘΕΜΑ_4_14665

Στο διπλανό σχήμα δίνονται οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων $f(x) = x^2$ και $g(x) = x^3$ που τέμνονται στα σημεία A , B .

α) Να βρείτε τις συντεταγμένες των σημείων A , B .

Έστω $A(0,0)$, $B(1,1)$.

β) Με βάση το παραπάνω σχήμα ή με οποιοδήποτε άλλο τρόπο θέλετε, να δείξετε ότι για κάθε $x \in (0,1)$ ισχύει ότι $x^3 < x^2$.

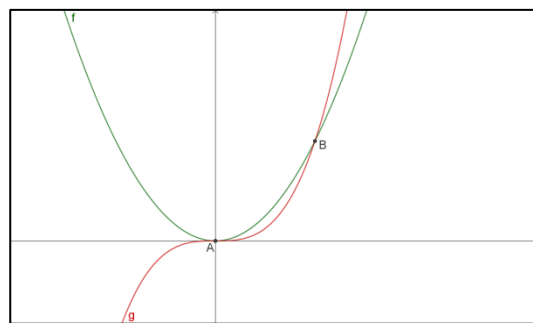
γ) Είναι ο κύβος οποιοδήποτε αριθμού μεγαλύτερος από το τετράγωνό του;

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

δ) Για τον πραγματικό αριθμό $\pi = 3,1415\dots$ να δείξετε ότι:

i. $(\pi - 3)^3 < (\pi - 3)^2$

ii. $\pi^3 - 10\pi^2 + 33\pi - 36 < 0$



46. ΘΕΜΑ_4_14459

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$ και η ευθεία $y = a$, $a \in \mathbb{R}$.

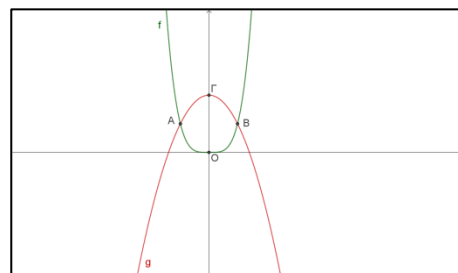
α) Να αιτιολογήσετε γιατί η γραφική παράσταση C_f της f είναι πάνω από τον άξονα $x'x$.

β) Να αποδείξετε ότι αν $0 < a < 1$, τότε η C_f έχει με την ευθεία δυο κοινά σημεία των οποίων να βρείτε τις τετμημένες.

γ) Να αποδείξετε ότι για οποιοδήποτε πραγματικό αριθμό x ισχύει $|xf(x)| \leq \frac{1}{2}$.

47. ΘΕΜΑ_4_14307

Στο διπλανό σχήμα φαίνονται οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων $f(x) = x^4$ και $g(x) = 2 - x^2$. Τα σημεία A , B είναι τα σημεία τομής των γραφικών παραστάσεων των f , g ενώ Γ είναι το σημείο τομής της γραφικής παράστασης της g με τον άξονα $y'y$.



α) Να βρείτε τις συντεταγμένες των σημείων A , B , Γ .

Αν $A(-1,1)$, $B(1,1)$, $\Gamma(0,2)$

β) Με βάση το παραπάνω σχήμα να βρείτε για ποιες τιμές του x η γραφική παράσταση της συνάρτησης f είναι κάτω από τη γραφική παράσταση της συνάρτησης g .

γ) Να επαληθεύσετε αλγεβρικά την απάντησή σας στο ερώτημα β).

48. ΘΕΜΑ_4_14225

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{(x-2)(x^2-5x+4)}{x-1}$.

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της A .

β) Να δείξετε ότι $f(x) = x^2 - 6x + 8$, $x \in A$.

γ) Να βρείτε για ποιες τιμές του x η γραφική παράσταση της συνάρτησης f δεν είναι πάνω από την ευθεία $y=3$.

δ) Να βρείτε τα σημεία στα οποία η γραφική παράσταση της συνάρτησης g με $g(x) = x^4 - 6x - 4$ τέμνει την γραφική παράσταση της f .

49. ΘΕΜΑ_4_14190

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^2 + x + 1$, $x \in \mathbb{R}$.

α) Να αποδείξετε ότι η γραφική παράσταση της συνάρτησης f βρίσκεται πάνω από τον άξονα $x'x$.

β) Να αποδείξετε ότι για οποιονδήποτε πραγματικό αριθμό $\alpha \neq -\frac{1}{2}$, τα σημεία της γραφικής παράστασης της f με τετμημένες α και $-\alpha - 1$ έχουν την ίδια τεταγμένη.

γ) Θεωρούμε μεταβλητό σημείο M της γραφικής παράστασης της f με τετμημένη $\beta > 0$. Από το M φέρνουμε παράλληλες ευθείες προς τους άξονες $x'x$ και $y'y$ και έστω A και Δ τα σημεία τομής αυτών των ευθειών με τους άξονες, όπου το A ανήκει στον $x'x$ και το Δ στον $y'y$. Αποδείξτε ότι η περίμετρος του ορθογωνίου $OAM\Delta$ είναι $[\sqrt{2}(\beta+1)]^2$.

50. ΘΕΜΑ_4_14185

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{x}{x^3 - 2x^2 + x}$.

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού A της f .

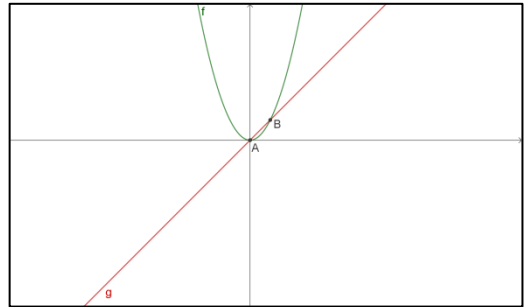
β) Να αποδείξετε ότι: $f(x) = \frac{1}{(x-1)^2}$, για κάθε $x \in A$.

γ) Να λύσετε την εξίσωση: $f(x) = 1$.

δ) Να βρείτε για ποιες τιμές του x η γραφική παράσταση της συνάρτησης f είναι πάνω από την ευθεία $y=1$.

51. ΘΕΜΑ_4_13557

Στο διπλανό σχήμα δίνονται οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων $f(x)=x^2$ και $g(x)=x$ που τέμνονται στα σημεία A, B .



α) Να βρείτε τις συντεταγμένες των σημείων A, B .

β) Αν $A(0,0), B(1,1)$, τότε:

- Με βάση το σχήμα να βρείτε για ποιες τιμές του x η γραφική παράσταση της f είναι κάτω από τη γραφική παράσταση της g .
- Να επαληθεύσετε αλγεβρικά την απάντησή σας στο i. ερώτημα.

γ) Αν $\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^2 < \frac{\alpha}{\beta}$ για τυχαίους πραγματικούς αριθμούς α, β με $\beta \neq 0$, να δείξετε (με βάση τα παραπάνω ή με οποιονδήποτε άλλο τρόπο θέλετε) ότι $|\alpha| < |\beta|$.

52. ΘΕΜΑ_4_13479

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = |3x - 12| - |2x - 8| - 3|x^2 - 16|$.

Αν $|x| \leq 4$, τότε:

α) Να γράψετε τον τύπο της συνάρτησης f χωρίς τις απόλυτες τιμές.

β) Αν $f(x) = 3x^2 - x - 44$.

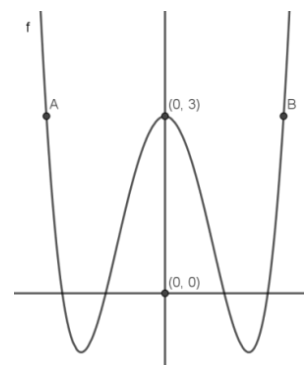
- Να βρείτε τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f με τους άξονες.
- Αν το σημείο $M(\mu + 1, -20)$ ανήκει στη γραφική παράσταση της f , να βρείτε την ακέραια τιμή του μ .

53. ΘΕΜΑ_4_13454

Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της $f(x) = ax^4 - 4x^2 + \gamma$, η οποία είναι συμμετρική ως προς τον άξονα $y'y$.

α) Να δείξετε ότι $\gamma = 3$.

β) Αν $A(a^2 - 3, 3)$ και $B(5 - 3a, 3)$ είναι σημεία της γραφικής παράστασης της f , όπως φαίνεται στο σχήμα, να δείξετε ότι $a = 1$ και να γράψετε τον τύπο της f .

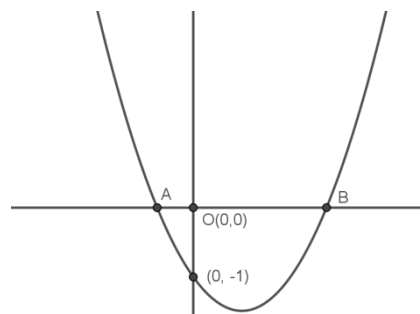


γ) Να βρείτε τις τετμημένες των σημείων τομής της γραφικής παράστασης της f με τον άξονα $x'x$.

δ) Με τη βοήθεια του σχήματος και την απάντηση του ερωτήματος γ), να βρείτε τις τετμημένες των σημείων της γραφικής παράστασης της f που είναι κάτω από τον άξονα $x'x$.

54. ΘΕΜΑ_4_13168

Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = x^2 + 2\lambda x + \gamma$ με $x \in \mathbb{R}$ και παράμετρο $\lambda \in \mathbb{R}$, η οποία τέμνει τον άξονα $y'y$ στο $(0, -1)$ για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$.



α) Να αποδείξετε ότι:

i. $\gamma = -1$

ii. Η γραφική παράσταση της f δεν είναι κάτω από την ευθεία $y = -\lambda^2 - 1$ για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$.

β) Να αποδείξετε ότι για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$ η γραφική παράσταση της f τέμνει τον άξονα $x'x$ σε δύο σημεία A και B με συντεταγμένες $A(-\lambda - \sqrt{\lambda^2 + 1}, 0)$ και $B(-\lambda + \sqrt{\lambda^2 + 1}, 0)$.

γ) Να αποδείξετε ότι η απόσταση των A και B είναι μεγαλύτερη ή ίση του 2 για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$.

55. ΘΕΜΑ_4_13313

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{x^7 - x}{x^3 - x}$.

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού A της f .

β) Να εξετάσετε αν η γραφική παράσταση της f έχει κοινά σημεία με τους άξονες $x'x$ και $y'y$.

γ) Να δείξετε ότι $f(x) = x^4 + x^2 + 1$ για κάθε $x \in A$.

δ) Να εξετάσετε αν η εξίσωση $f(x) = 3$ έχει λύση στο σύνολο A .

56. ΘΕΜΑ_4_13120

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^2 - (\lambda - 1)x - 4\lambda^2$, $\lambda \in \mathbb{R}$.

α) Να δείξετε ότι η γραφική παράσταση της συνάρτησης f τέμνει τον άξονα $x'x$ σε δύο σημεία για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$.

β) Για $\lambda \neq 0$ να βρείτε το πρόσημο των ριζών της εξίσωσης $f(x) = 0$.

γ) Να βρείτε τις τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ ώστε το συμμετρικό του σημείου $A(4, 4)$ ως προς τον άξονα $x'x$ να ανήκει στη γραφική παράσταση της f .

δ) Για $\lambda = -1$ να βρείτε τις τιμές του x για τις οποίες η γραφική παράσταση της συνάρτησης f βρίσκεται κάτω από τον άξονα $x'x$.

57. ΘΕΜΑ_4_12941

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{9 - x^2}{3 - |x|}$.

α) Να βρείτε για ποιες τιμές του x ορίζεται η συνάρτηση f .

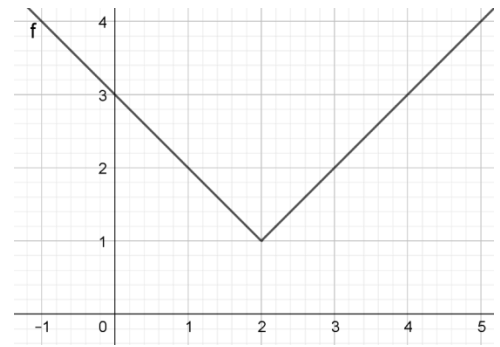
β) Για τις τιμές του x που ορίζεται η συνάρτηση f να δείξετε ότι $f(x) = 3 + |x|$.

γ) Να βρείτε τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης C_f με τους άξονες.

δ) Αν $g(x) = 3 - x^2$ να δείξετε ότι οι γραφικές παραστάσεις C_f και C_g έχουν ένα μόνο κοινό σημείο.

58. ΘΕΜΑ_4_12914

Έστω η ευθεία (ε): $y = c$, με παράμετρο $c \in \mathbb{R}$ και η συνάρτηση $f(x) = |x - 2| + 1$, η γραφική παράσταση της οποίας δίνεται στο διπλανό σχήμα:



α) i. Με βάση το σχήμα, για ποιες τιμές του $c \in \mathbb{R}$ η ευθεία (ε) και η γραφική παράσταση της f έχουν κοινά σημεία;

ii. Να επιβεβαιώσετε αλγεβρικά την απάντηση του ερωτήματος αi).

β) Έστω ότι η ευθεία (ε) έχει με τη γραφική παράσταση της f δυο κοινά σημεία A, B . Να αποδείξετε ότι οι συντεταγμένες των κοινών σημείων είναι $A(3 - c, c)$ και $B(c + 1, c)$.

γ) i. Αν A, B τα σημεία του ερωτήματος β), με βάση το σχήμα, για ποιες τιμές του c το μήκος του τμήματος AB είναι $(AB) \leq 2$;

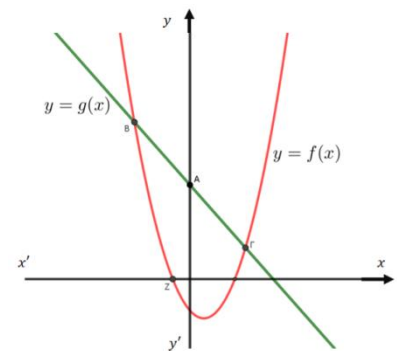
ii. Να επιβεβαιώσετε αλγεβρικά την απάντηση του ερωτήματος γi).

59. ΘΕΜΑ_4_12628

Θεωρούμε τις συναρτήσεις $f(x) = x^2 - x - 1$ και $g(x) = 3 - x$ των οποίων οι γραφικές παραστάσεις δίνονται στο παρακάτω σχήμα.

α) Να βρείτε τις συντεταγμένες των σημείων A, B, Γ, Z .

β) Να βρείτε τις τετμημένες των σημείων της γραφικής παράστασης της $y = f(x)$ που βρίσκονται πάνω από την γραφική παράσταση της $y = g(x)$.

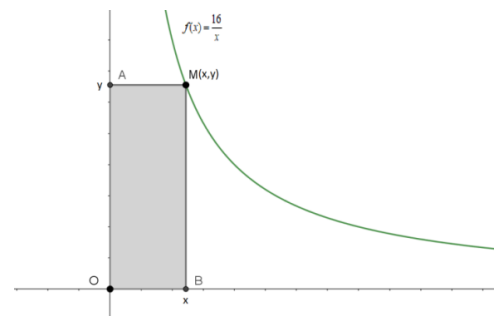


γ) Αποδείξτε ότι για οποιονδήποτε πραγματικό αριθμό a , η απόσταση των αριθμών $f(a)$ και $-g(a)$ πάνω στον άξονα των πραγματικών αριθμών είναι τουλάχιστον 1.

60. ΘΕΜΑ_4_13090

Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = \frac{16}{x}$, $x > 0$.

Ένα σημείο $M(x, y)$ κινείται στη γραφική παράσταση της συνάρτησης f και έστω A και B οι προβολές του M στους άξονες $y'y$ και $x'x$ αντίστοιχα όπως φαίνεται στο σχήμα.



- α) Να δείξετε ότι όλα τα ορθογώνια ΟΑΜΒ που προκύπτουν για τις διάφορες θέσεις του σημείου Μ έχουν εμβαδόν 16 τετραγωνικές μονάδες, ενώ η περιμέτρος τους δίνεται, σε μονάδες μήκους, από τη συνάρτηση $\Pi(x) = 2x + \frac{32}{x}$, $x > 0$ όπου x η τετμημένη του Μ.
- β) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου Μ ώστε το ορθογώνιο ΟΑΜΒ να έχει περίμετρο 20 μονάδες μήκους.
- γ) Αν M' είναι το σημείο της γραφικής παράστασης της f ώστε το ορθογώνιο ΟΑΜ'Β να είναι τετράγωνο τότε:
- Να δείξετε ότι το M' έχει τετμημένη 4.
 - Να δείξετε ότι το τετράγωνο ΟΑΜ'Β έχει τη μικρότερη περίμετρο από όλα τα ορθογώνια ΟΑΜΒ, δηλαδή ότι $\Pi(x) \geq \Pi(4)$ για κάθε $x > 0$.

61. ΘΕΜΑ_4_13030

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = \sqrt{x^2 - 4x - 5}$ και $g(x) = |x + 3|$.

Να βρείτε:

- τα πεδία ορισμού των συναρτήσεων f και g .
- τα κοινά σημεία των γραφικών παραστάσεων C_f και C_g .
- τις τετμημένες των σημείων της C_f που βρίσκονται κάτω από την C_g .

62. ΘΕΜΑ_4_12944

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = x + \frac{1}{x}$ και $g(x) = x - \frac{1}{x}$, $x \neq 0$.

- Να βρείτε την τιμή της παράστασης: $A = f(2) + g(2) - f\left(\frac{1}{2}\right) - g\left(\frac{1}{2}\right)$.
- Να αποδείξετε ότι $(f(x))^2 - (g(x))^2 = 4$ για οποιοδήποτε αριθμό x με $x \neq 0$.
- Θεωρούμε την ευθεία $y = a$, $a \in \mathbb{R}$. Αν η ευθεία έχει κοινά σημεία με τη γραφική παράσταση της συνάρτησης f , να αποδείξετε ότι $|a| \geq 2$.

63. ΘΕΜΑ_4_12788

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = (x - 1)^2$, $x \in \mathbb{R}$.

- Να αποδείξετε ότι $f(\sqrt{3}) + f(-\sqrt{3}) = 8$.
- Να βρείτε όλα τα σημεία της γραφικής παράστασης της f , με συντεταγμένες ακέραιους αριθμούς, τα οποία βρίσκονται κάτω από την ευθεία $y = 4$.
- Έστω α , β πραγματικοί αριθμοί με $\alpha \neq \beta$ ώστε να ισχύει $f(\alpha) = f(\beta)$. Να αποδείξετε ότι $\alpha + \beta = 2$.

64. ΘΕΜΑ_4_35410

Δίνεται το τριώνυμο: $x^2 - 2\lambda x + 4\lambda + 5$, με παράμετρο $\lambda \in \mathbb{R}$.

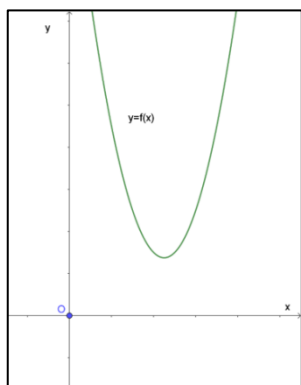
α) Να αποδείξετε ότι η διακρίνουσα του τριωνύμου είναι $\Delta = 4\lambda^2 - 16\lambda - 20$.

β) Θεωρούμε την συνάρτηση f , που είναι ορισμένη στο \mathbb{R} με τύπο $f(x) = x^2 - 2\lambda x + 4\lambda + 5$.

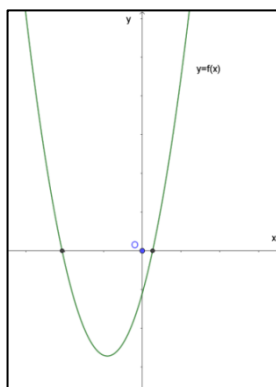
Στο καθένα από τα επόμενα σχήματα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης f για διαφορετικές τιμές της παραμέτρου λ .

i. Για τα δύο πρώτα σχήματα δίνεται ότι η παράμετρος $\lambda \in \{-2, 4\}$. Να βρείτε σε ποια τιμή του λ αντιστοιχεί το καθένα από τα σχήματα αυτά, δικαιολογώντας την απάντησή σας.

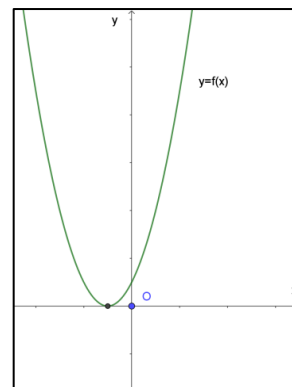
ii. Για το σχήμα 3 να βρείτε τις δυνατές τιμές που μπορεί να πάρει η παράμετρος $\lambda \in \mathbb{R}$, δικαιολογώντας την απάντησή σας.



Σχήμα 1



Σχήμα 2



Σχήμα 3

65. ΘΕΜΑ_4_35409

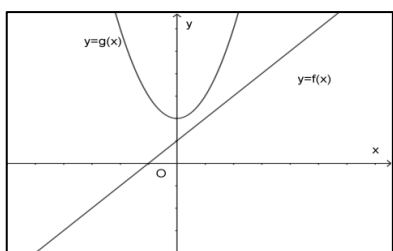
Δίνεται το τριώνυμο $x^2 - \lambda x + 1$, με παράμετρο $\lambda \in \mathbb{R}$.

α) Να αποδείξετε ότι η διακρίνουσα του τριωνύμου είναι $\Delta = \lambda^2 - 4$.

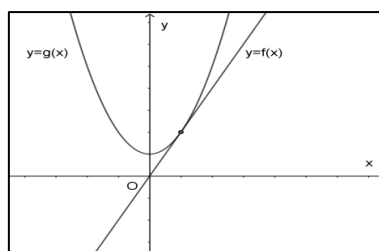
β) Θεωρούμε τις συναρτήσεις f , g που είναι ορισμένες στο \mathbb{R} με $f(x) = \lambda x - \lambda + 2$ και $g(x) = x^2 - \lambda + 3$, $\lambda \in \mathbb{R}$.

i. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση από την οποία μπορούμε να βρούμε τις τετμημένες των κοινών σημείων των γραφικών παραστάσεων των f και g είναι ισοδύναμη με την εξίσωση $x^2 - \lambda x + 1 = 0$.

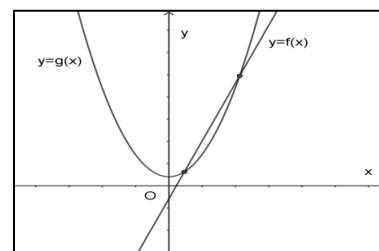
ii. Στο καθένα από τα επόμενα σχήματα δίνεται οι γραφικές παραστάσεις των δυο συναρτήσεων για διαφορετικές τιμές της παραμέτρου λ . Με δεδομένο ότι $\lambda \in \{1, 2, 4\}$, να βρείτε την τιμή της παραμέτρου λ σε καθένα από τα σχήματα, δικαιολογώντας την απάντησή σας.



Σχήμα 1



Σχήμα 2



Σχήμα 3