

4.1 Ανισώσεις 1ου βαθμού

1. Δίνεται η εξίσωση $|2x - 5| = 1$.
 - α) Να εξετάσετε αν οι αριθμοί 1 και 2 είναι λύσεις της.
 - β) Να λύσετε την εξίσωση.
 - γ) Να βρείτε αν οι λύσεις της εξίσωσης είναι και λύσεις της ανίσωσης $|x| < 3$.

2. Δίνονται οι ανισώσεις: $x - 1 > 1$ (1) και $2x - 3 < 5$ (2).
 - α) Να λύσετε την ανίσωση (1).
 - β) Να λύσετε την ανίσωση (2).
 - γ) Να παραστήσετε τις λύσεις των ανισώσεων (1) και (2) στον άξονα των πραγματικών αριθμών και να βρείτε τις κοινές τους λύσεις.

3.
 - α) Να λύσετε την ανίσωση $|x| \leq 4$.
 - β) Να λύσετε την ανίσωση $x - 7 \geq -4(x - 2)$.
 - γ) Να βρείτε τις κοινές λύσεις των δύο παραπάνω ανισώσεων.

4.
 - α) Να αποδείξετε ότι για οποιονδήποτε πραγματικό αριθμό x , ισχύει: $(x + 3)^2 - (x + 1)^2 = 4(x + 2)$.
 - β) Με τη βοήθεια του ερωτήματος α), να λύσετε την ανίσωση $(x + 3)^2 - (x + 1)^2 > 0$.

5.
 - α) Να λύσετε την εξίσωση $|x| = 1$ (1).
 - β) Να λυθεί η ανίσωση $|6x| \leq 6$ (2).

6. Δίνεται η ανίσωση $3x - 7 \geq 5x + 11$ (1).
 - α) Να λύσετε την ανίσωση (1).
 - β) Να γράψετε τις λύσεις της (1) με τη μορφή διαστήματος.

7. Δίνονται οι ανισώσεις: $2(x - 1) < x + 4$ και $2 - (5 - x) > 0$
 - α) Να τις λύσετε.
 - β) Να βρείτε, αν υπάρχουν, τους ακέραιους αριθμούς που είναι λύσεις και των δυο ανισώσεων.

8. Δίνεται η παράσταση $A = (x + 1)^2 - (x - 1)^2$, $x \in \mathbb{R}$.
 - α) Να αποδείξετε ότι για οποιοδήποτε πραγματικό αριθμό x ισχύει $A = 4x$.

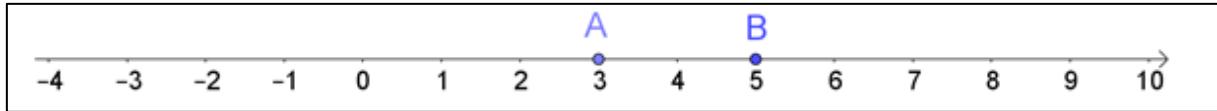
β) Να βρείτε για ποιες τιμές του x η παράσταση A είναι μεγαλύτερη από το $\frac{1}{4}$.

9. Δίνεται η εξίσωση $|x - 3| = |x - 5|$.

α) Να τοποθετήσετε στον παρακάτω άξονα των πραγματικών αριθμών ένα σημείο M που να αντιστοιχεί στη λύση της παραπάνω εξίσωσης, αιτιολογώντας γεωμετρικά την απάντησή σας.

β) Να λύσετε αλγεβρικά την παραπάνω εξίσωση.

γ) Να διατυπώσετε γεωμετρικά το ζητούμενο της ανίσωσης $|x - 3| \geq |x - 5|$ και να βρείτε τις λύσεις της.



10. Δίνονται οι ανισώσεις: $|x| < 4$ (1) και $4(x - 1) > 6x - 8$ (2).

α) Να λύσετε την ανίσωση (1).

β) Να λύσετε την ανίσωση (2).

γ) Να παραστήσετε τις λύσεις των ανισώσεων (1) και (2) στον άξονα των πραγματικών αριθμών και να βρείτε τις κοινές τους λύσεις.

11. Για τους πραγματικούς αριθμούς x, y ισχύουν αντίστοιχα $d(x, 2) \leq 1$ (1) και $d(y, 4) \leq 3$ (2).

α) Να λύσετε την ανίσωση (1) αλγεβρικά και την ανίσωση (2) γεωμετρικά με τη βοήθεια του άξονα των πραγματικών αριθμών.

β) Αν $1 \leq x \leq 3$ και $1 \leq y \leq 7$ να δείξετε ότι:

i. η περίμετρος ενός ορθογωνίου με διαστάσεις x, y είναι τουλάχιστον 4 και το πολύ 20.

ii. $|x - y| \leq 6$.

12. Για τον πραγματικό αριθμό x ισχύουν $d(x, 1) \leq 2$ (1) και $d(x, 4) \geq 3$ (2).

α) Να λύσετε την ανίσωση (1) αλγεβρικά και την ανίσωση (2) γεωμετρικά με τη βοήθεια του άξονα των πραγματικών αριθμών.

β) Να παραστήσετε στον ίδιο άξονα των πραγματικών αριθμών τις λύσεις των ανισώσεων (1) και (2) και να βρείτε τις κοινές τους λύσεις. γ) Για κάθε $x \in [-1, 1]$,

i. να αιτιολογήσετε γεωμετρικά ότι $|x - 1| + |x + 1| = 2$.

ii. να δείξετε αλγεβρικά ότι $|x - 1| + |x + 1| = 2$.

13. α) Να λύσετε την ανίσωση $|x| \geq 4$.

β) Να λύσετε την ανίσωση $3(|x| + 2) + 1 < 22$.

- γ) Να βρείτε τις κοινές λύσεις των δύο ανισώσεων των ερωτημάτων **α)** και **β)**.
- 14.** Θεωρούμε πραγματικούς τους πραγματικούς αριθμούς x, y για τους οποίους ισχύουν οι ανισότητες $0 < x < 2$ και $0 < y < 3$.
- α)** Να αποδείξετε ότι $0 < x + y < 5$.
- β)** Να βρείτε μεταξύ ποιων πραγματικών αριθμών περιέχεται η τιμή καθεμίας από τις παρακάτω παραστάσεις:
- i.** $-3y$, **ii.** $x - 2y$.
- 15.** Δίνεται η παράσταση $A = (\sqrt{x-4} + \sqrt{x+1})(\sqrt{x-4} - \sqrt{x+1})$.
- α)** Να βρείτε για ποιες τιμές του x ορίζεται παράσταση A .
- β)** Να αποδείξετε ότι $A = -5$.
- γ) Να αποδείξετε ότι $\frac{5}{\sqrt{x-4} + \sqrt{x+1}} - \frac{5}{\sqrt{x-4} - \sqrt{x+1}} = 2\sqrt{x+1}$.
- 16.** **α)** Να λύσετε την ανίσωση $|x - 2| < 1$.
- β)** Αν $|x - 2| < 1$ να δείξετε ότι $3 < 2x + 1 < 7$.
- γ) Αν $1 < x < 3$ να απλοποιήσετε την παράσταση $A = |x - 1| + |x - 3|$.
- 17.** **α)** Να λύσετε την ανίσωση $|3x - 6| < 15$.
- β)** Να λύσετε την ανίσωση $|x - 6| \geq 1$ και να γράψετε τις λύσεις της ανίσωσης αυτής σε μορφή διαστήματος.
- γ) Να παραστήσετε (σχεδιάζοντας) τις λύσεις των δύο ανισώσεων των ερωτημάτων (α) και (β) σε έναν άξονα των πραγματικών αριθμών και να βρείτε τις κοινές τους λύσεις.
- 18.** Δίνονται οι ανισώσεις: $3(x - 1) > x + 3$ (1) και $|x| \leq 4$ (2).
- α)** Να λύσετε την ανίσωση (1).
- β)** Να λύσετε την ανίσωση (2).
- γ) Να παραστήσετε τις λύσεις των ανισώσεων (1) και (2) στον άξονα των πραγματικών αριθμών και να βρείτε τις κοινές τους λύσεις.
- 19.** Δίνονται οι ανισώσεις $|x| \leq 9$ (1) και $7x - 8 \geq -3(x - 4)$ (2).
- α)** Να λυθεί η ανίσωση (1).
- β)** Να λυθεί η ανίσωση (2).
- γ) Να παραστήσετε τις λύσεις των ανισώσεων (1) και (2) στον ίδιο άξονα των πραγματικών αριθμών και να βρείτε τις κοινές τους λύσεις.