3.2 1ο κριτήριο ισότητας τριγώνων (Π-Γ-Π)

1. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ με ΑΒ = ΑΓ. Στις προεκτάσεις των πλευρών ΒΑ και ΓΑ (προς το Α) θεωρούμε τα σημεία Ε και Δ αντίστοιχα τέτοια ώστε ΑΕ = ΑΔ. Να αποδείξετε ότι:

α) ΒΕ = ΓΔ ,

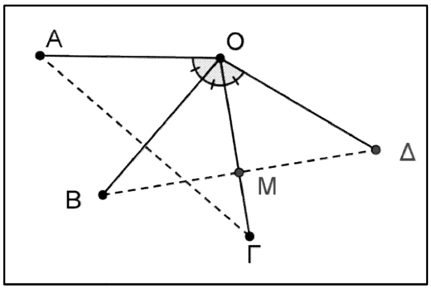
β) ΒΔ = ΓΕ ,

γ) $\Delta\hat{B}\Gamma = E\hat{\Gamma}B$.

2. Αν στο σχήμα που ακολουθεί είναι $A\hat{O}B = B\hat{O}\Gamma = \Gamma\hat{O}\Delta$ και $OA = OB = O\Gamma = O\Delta$, τότε να αποδείξετε ότι:

α) ΑΓ = ΒΔ ,

β) το Μ είναι μέσον της ΒΔ , όπου Μ το σημείο τομής των τμημάτων ΟΓ και ΒΔ .



3. Δίνεται γωνία $x\hat{O}y$ και η διχοτόμος της Οδ . Θεωρούμε σημείο Μ της Οδ και σημεία Α και Β στις ημιευθείες Οx και Οy αντίστοιχα, τέτοια ώστε ΟΑ = ΟΒ . Να αποδείξετε ότι:

α) ΜΑ = ΜΒ ,

β) Η Οδ είναι διχοτόμος της γωνίας $A\hat{M}B$.

4. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΚΑΒ (ΚΑ = ΚΒ) και ΚΓ διχοτόμος της γωνίας $\hat{K}$. Στην προέκταση της ΒΑ (προς το Α) παίρνουμε σημείο Λ και στην προέκταση της ΑΒ (προς το Β) παίρνουμε σημείο Μ, έτσι ώστε ΑΛ = ΒΜ . Να αποδείξετε ότι:

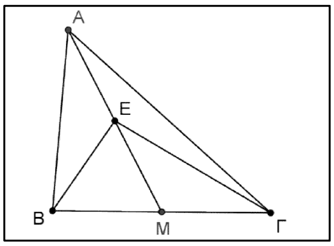
α) το τρίγωνο ΚΛΜ είναι ισοσκελές,

β) η ΚΓ είναι διάμεσος του τριγώνου ΚΛΜ .

5. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ και Ε το μέσο της διαμέσου του ΑΜ. Αν είναι ΒΓ = 2ΒΕ, τότε να αποδείξετε ότι:

α) $A\hat{E}B = E\hat{M}\Gamma$,

β) ΑΒ = ΕΓ .



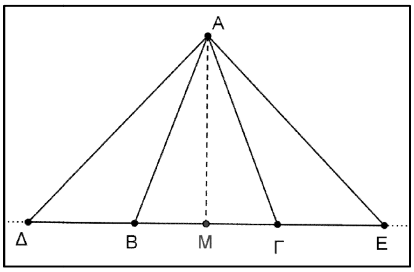
6. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ=ΑΓ) και στις ίσες πλευρές ΑΒ,ΑΓ παίρνουμε αντίστοιχα τμήματα $A\Delta = \frac{1}{3}AB$ και $AE = \frac{1}{3}A\Gamma$. Αν Μ είναι το μέσο της ΒΓ, να αποδείξετε ότι:

α) τα τμήματα ΒΔ και ΓΕ είναι ίσα,

β) τα τρίγωνα ΒΔΜ και ΜΕΓ είναι ίσα,

γ) το τρίγωνο ΔΕΜ είναι ισοσκελές.

7. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ = ΑΓ) και η διάμεσος του ΑΜ. Στην προέκταση της πλευράς ΒΓ και προς τα δυο της άκρα, θεωρούμε σημεία Δ και Ε αντίστοιχα έτσι ώστε ΒΔ= ΓΕ . Να αποδείξετε ότι:

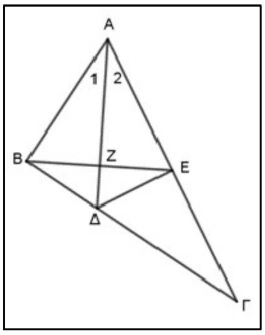


α) $\text{Α}\hat{\text{Β}}\Delta = \text{Α}\hat{\Gamma}\text{Ε}$,

β) τα τρίγωνα ΑΒΔ και ΑΓΕ είναι ίσα ,

γ) η ΑΜ είναι και διάμεσος του τριγώνου ΑΔΕ .

8. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ τέτοιο, ώστε ΑΓ = 2ΑΒ . Η διχοτόμος του ΑΔ τέμνει την διάμεσο ΒΕ στο σημείο Ζ. Να αποδείξετε ότι:



α) $\text{ΑΒ} = \text{ΑΕ} = \dfrac{\text{ΑΓ}}{2}$.

β) ΔΒ = ΔΕ ,

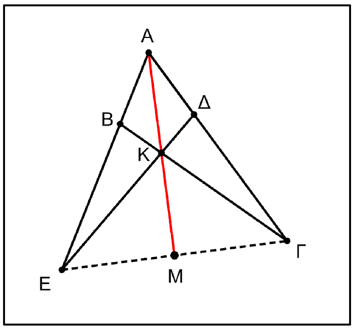
γ) $\text{ΑΖ} \perp \text{ΒΕ}$.

9. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ με ΑΒ = ΑΓ και Μ είναι το μέσο της βάσης του ΒΓ. Στις προεκτάσεις των πλευρών ΑΒ, ΑΓ προς τα Β,Γ αντίστοιχα, παίρνουμε τα τμήματα ΒΔ και ΓΕ ώστε ΒΔ = ΓΕ .

α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΜΒΔ και ΜΓΕ είναι ίσα.

β) Να αποδείξετε ότι η γωνία ΜΔΕ είναι ίση με τη γωνία ΜΕΔ .

10. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με ΑΒ < ΑΓ . Στην προέκταση της ΑΒ (προς το Β) θεωρούμε σημείο Ε έτσι ώστε ΑΕ = ΑΓ . Στην πλευρά ΑΓ θεωρούμε σημείο Δ έτσι ώστε ΑΔ = ΑΒ . Αν τα τμήματα ΔΕ και ΒΓ τέμνονται στο Κ και η προέκταση της ΑΚ τέμνει την ΕΓ στο Μ, τότε να αποδείξετε ότι:



α) ΒΓ = ΔΕ ,

β) ΒΚ = ΚΔ ,

γ) Η ΑΚ είναι διχοτόμος της γωνίας $\hat{\text{Α}}$.

δ) Η ΑΜ είναι μεσοκάθετος της ΕΓ .