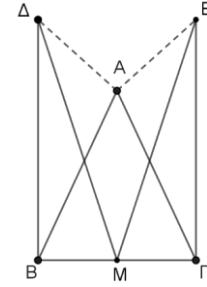


1. ΘΕΜΑ\_2\_37012

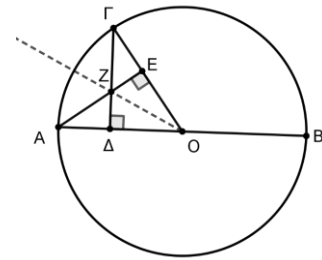
Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο  $AB\Gamma$  ( $AB = A\Gamma$ ). Στα σημεία  $B$  και  $\Gamma$  της  $B\Gamma$  φέρουμε προς το ίδιο μέρος της  $B\Gamma$ , τα τμήματα  $B\Delta \perp B\Gamma$  και  $\Gamma E \perp B\Gamma$  τέτοια ώστε  $B\Delta = \Gamma E$ . Αν  $M$  είναι το μέσο της  $B\Gamma$ , να αποδείξετε ότι:



- α) τα τρίγωνα  $B\Delta M$  και  $\Gamma E M$  είναι ίσα,
- β)  $A\Delta = AE$ .

2. ΘΕΜΑ\_2\_36345

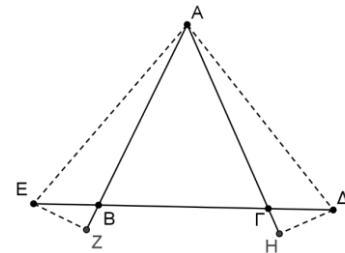
Έστω κύκλος με κέντρο  $O$  και ακτίνα  $\rho$ . Θεωρούμε διάμετρο  $AB$  και τυχαίο σημείο  $\Gamma$  του κύκλου. Αν τα  $AE, \Gamma\Delta$  είναι κάθετα τμήματα στις  $OG, OA$  αντίστοιχα και  $Z$  το σημείο τομής τους, να αποδείξετε ότι:



- α) το τρίγωνο  $\Delta O E$  είναι ισοσκελές,
- β) η  $OZ$  διχοτομεί τη γωνία  $A\hat{O}\Gamma$  και προεκτεινόμενη διέρχεται από το μέσο του τόξου  $A\Gamma$ .

3. ΘΕΜΑ\_2\_36332

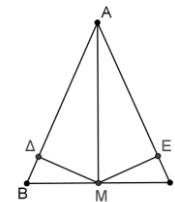
Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο  $AB\Gamma$  με  $AB = A\Gamma$ . Στην προέκταση της  $B\Gamma$  (προς το  $\Gamma$ ) θεωρούμε σημείο  $\Delta$  και στην προέκταση της  $\Gamma B$  (προς το  $B$ ) θεωρούμε σημείο  $E$  έτσι ώστε  $\Gamma\Delta = BE$ . Από το  $\Delta$  φέρουμε  $\Delta H$  κάθετη στην ευθεία  $A\Gamma$  και από το  $E$  φέρουμε  $EZ$  κάθετη στην ευθεία  $AB$ . Να αποδείξετε ότι:



- α)  $A\Delta = AE$ ,
- β)  $EZ = \Delta H$ .

4. ΘΕΜΑ\_2\_36330

Δίνεται τρίγωνο  $AB\Gamma$  και από σημείο  $M$  της πλευράς  $B\Gamma$  φέρουμε τα κάθετα τμήματα  $M\Delta$  και  $ME$  στις πλευρές  $AB$  και  $A\Gamma$  αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι:



- α) αν είναι  $M\Delta = ME$ , τότε τα τρίγωνα  $AM\Delta$  και  $AME$  είναι ίσα,
- β) αν είναι  $AB = A\Gamma$  και  $M$  μέσο του  $B\Gamma$ , τότε  $M\Delta = ME$ .

5. ΘΕΜΑ\_2\_34499

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο  $AB\Gamma$  ( $\hat{A} = 90^\circ$ ) και  $B\Delta$  η διχοτόμος της γωνίας  $\hat{B}$ . Από το  $\Delta$  φέρουμε ευθεία κάθετη στη  $B\Gamma$  που την τέμνει σε σημείο  $E$  και έστω  $Z$  το σημείο στο οποίο η  $E\Delta$  τέμνει την προέκταση της πλευράς  $BA$  προς το  $A$ . Να αποδείξετε ότι:

- α)  $AB = BE$ ,
- β) τα τρίγωνα  $AB\Gamma$  και  $ZEB$  είναι ίσα.

**6. ΘΕΜΑ\_2\_34497**

Σε οξυγώνιο τρίγωνο  $AB\Gamma$  προεκτείνουμε τη διάμεσο  $AM$  (προς το  $M$ ) κατά ίσο τμήμα  $M\Delta$ . Να αποδείξετε ότι:

- α) τα τρίγωνα  $ABM$  και  $M\Gamma\Delta$  είναι ίσα,  
β) τα σημεία  $A$  και  $\Delta$  ισαπέχουν από την πλευρά  $B\Gamma$ .

**7. ΘΕΜΑ\_2\_34405**

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο  $AB\Gamma$  με  $AB = A\Gamma$ . Από το μέσο  $M$  της  $B\Gamma$  φέρουμε τα κάθετα τμήματα  $M\Delta$  και  $ME$  στις πλευρές  $AB$  και  $A\Gamma$  αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι:

- α)  $M\Delta = ME$ ,  
β) το τρίγωνο  $A\Delta E$  είναι ισοσκελές.

**8. ΘΕΜΑ\_2\_34404**

Θεωρούμε ισοσκελές τρίγωνο  $AB\Gamma$  ( $AB = A\Gamma$ ) και το μέσο  $M$  της βάσης του  $B\Gamma$ . Φέρουμε τις αποστάσεις  $MK$  και  $M\Lambda$  του σημείου  $M$  από τις ίσες πλευρές του τριγώνου  $AB\Gamma$ . Να αποδείξετε ότι:

- α)  $MK = M\Lambda$ ,  
β) η  $AM$  είναι διχοτόμος της γωνίας  $K\hat{M}\Lambda$ .

**9. ΘΕΜΑ\_2\_34401**

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο  $AB\Gamma$  ( $AB = A\Gamma$ ) και τα ύψη του  $B\Delta$  και  $\Gamma E$ . Να αποδείξετε ότι:

- α) τα τρίγωνα  $B\Delta\Gamma$  και  $\Gamma E B$  είναι ίσα,  
β)  $A\Delta = A E$ .

**10. ΘΕΜΑ\_2\_34387**

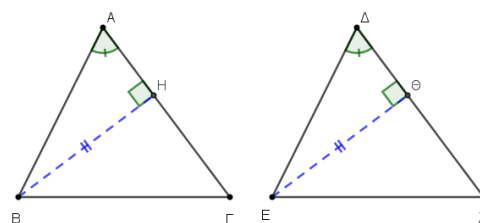
Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο  $AB\Gamma$  ( $AB = A\Gamma$ ) και οι διχοτόμοι του  $B\Delta$  και  $\Gamma E$  των γωνιών  $B$  και  $\Gamma$  αντίστοιχα.

- α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα  $B\Gamma\Delta$  και  $\Gamma B E$  είναι ίσα.  
β) Έστω  $E\text{H}$  και  $\Delta Z$  οι κάθετες από τα σημεία  $E$  και  $\Delta$  αντίστοιχα στη  $B\Gamma$ . Να αποδείξετε ότι  $E\text{H} = \Delta Z$ .

**11. ΘΕΜΑ\_3\_13517**

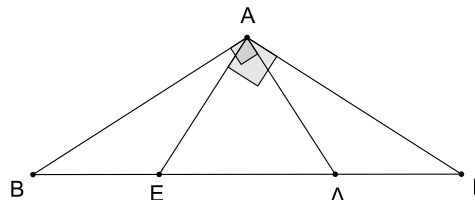
Δίνονται δύο οξυγώνια τρίγωνα  $AB\Gamma$  και  $\Delta E Z$  με  $\hat{A} = \hat{\Delta}$ ,  
 $A\hat{B}\Gamma = \Delta\hat{E}Z$ . Αν τα ύψη τους  $B\text{H}$  και  $E\Theta$  είναι ίσα τότε να αποδείξετε ότι:

- α)  $AB = \Delta E$ ,  
β) τα τρίγωνα  $AB\Gamma$  και  $\Delta E Z$  είναι ίσα.



## 12. ΘΕΜΑ\_2\_13533

Δίνεται ισοσκελές και αμβλυγώνιο τρίγωνο  $AB\Gamma$  με  $AB = A\Gamma$ . Η κάθετη στην  $AB$  στο σημείο  $A$  τέμνει την πλευρά  $B\Gamma$  στο σημείο  $\Delta$  και η κάθετη στην  $A\Gamma$  στο σημείο  $A$  τέμνει την πλευρά  $B\Gamma$  στο σημείο  $E$ .

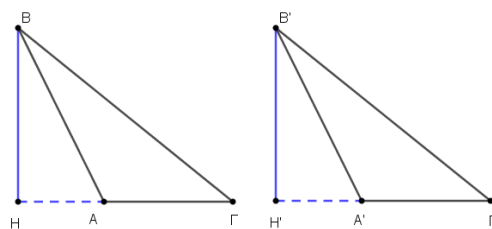


Να αποδείξετε ότι:

- τα τρίγωνα  $AB\Delta$  και  $A\Gamma E$  είναι ίσα.
- το τρίγωνο  $A\Delta E$  είναι ισοσκελές.
- $BE = \Gamma\Delta$ .

## 13. ΘΕΜΑ\_2\_12149

Δίνονται τα αμβλυγώνια τρίγωνα  $AB\Gamma$  ( $\hat{A} > 90^\circ$ ) και  $A'B'\Gamma'$  ( $\hat{A}' > 90^\circ$ ) με  $\gamma = \gamma'$  και  $\beta = \beta'$ . Αν τα ύψη  $BH$  και  $B'H'$  των τριγώνων  $AB\Gamma$  και  $A'B'\Gamma'$  αντίστοιχα είναι ίσα, να αποδείξετε ότι:

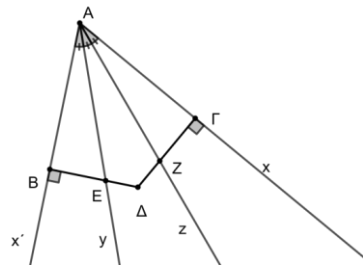


- $B\hat{A}H = B'\hat{A}'H'$ .
- Τα τρίγωνα  $AB\Gamma$  και  $A'B'\Gamma'$  είναι ίσα.

## 14. ΘΕΜΑ\_4\_

Στις πλευρές  $Ax'$  και  $Ax$  γωνίας  $x'\hat{A}x$  θεωρούμε σημεία  $B$  και  $\Gamma$  ώστε  $AB = A\Gamma$ . Οι κάθετες στις  $Ax'$  και  $Ax$  στα σημεία  $B$  και  $\Gamma$  αντίστοιχα, τέμνονται στο  $\Delta$ .

Αν οι ημιευθείες  $Ay$  και  $Az$  χωρίζουν τη γωνία  $x'\hat{A}x$  σε τρεις ίσες γωνίες και τέμνουν τις  $B\Delta$  και  $\Delta\Gamma$  στα σημεία  $E$  και  $Z$  αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι:

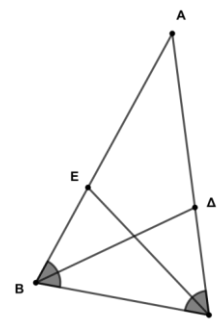


- το τρίγωνο  $EAZ$  είναι ισοσκελές,
- το  $\Delta$  ανήκει στη διχοτόμο της γωνίας  $x'\hat{A}x$ .
- οι γωνίες  $\Gamma\hat{B}\Delta$  και  $\Gamma\hat{A}\Delta$  είναι ίσες.

## 15. ΘΕΜΑ\_4\_13854

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο  $AB\Gamma$  ( $AB < A\Gamma$ ). Θεωρούμε τις διχοτόμους  $B\Delta$  και  $\Gamma E$  των γωνιών  $B$  και  $\Gamma$ , αντίστοιχα.

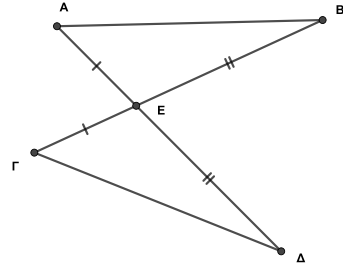
- Να αποδείξετε ότι  $B\Delta = \Gamma E$ .
- Από τα σημεία  $E$  και  $\Delta$  φέρνουμε κάθετες  $E\Lambda$  και  $\Delta K$  στις πλευρές  $A\Gamma$  και  $B\Gamma$  αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι:  $\Delta K = E\Lambda$ .
- Να εντοπίσετε και να σχεδιάσετε σημείο  $Z$  της πλευράς  $B\Gamma$  που η απόστασή



του από το σημείο E να ισούται με την απόσταση των σημείων Δ και Κ αιτιολογώντας πλήρως την απάντησή σας.

**16. ΘΕΜΑ\_4\_13839**

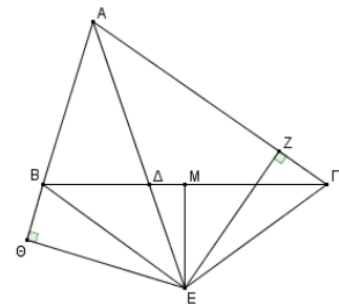
Τα ευθύγραμμα τμήματα ΑΔ και ΒΓ τέμνονται στο σημείο E έτσι ώστε  $AE = GE$  και  $BE = ED$ .



- α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ABE και ΓΔΕ είναι ίσα.
- β) Να αποδείξετε ότι οι αποστάσεις EH και ΕΘ του σημείου E από τις πλευρές AB και ΓΔ, αντίστοιχα, είναι ίσες.
- γ) Αν οι προεκτάσεις των AB και ΓΔ προς τα A και Γ αντίστοιχα τέμνονται στο Z, να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΒΔΖ είναι ισοσκελές.

**17. ΘΕΜΑ\_4\_1707**

Στο τρίγωνο ΑΒΓ ( $AB < AG$ ) του σχήματος, η κάθετη στο μέσο M της ΒΓ τέμνει την προέκταση της διχοτόμου ΑΔ στο σημείο E. Αν Θ, Z είναι οι προβολές του E στις AB, ΑΓ, να αποδείξετε ότι:



- α) το τρίγωνο ΕΒΓ είναι ισοσκελές,
- β) τα τρίγωνα ΘΒΕ και ΖΓΕ είναι ίσα,
- γ)  $\hat{A}\hat{\Gamma}E + \hat{A}\hat{B}E = 180^\circ$ .