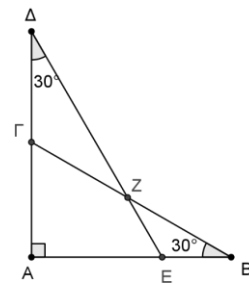


1. ΘΕΜΑ\_2\_36117

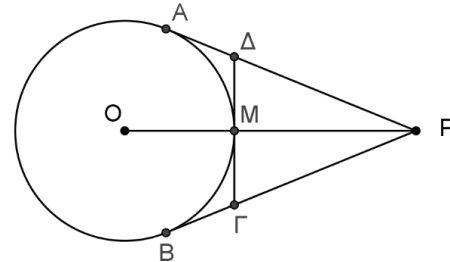
Στα ορθογώνια τρίγωνα  $AB\Gamma$  και  $A\Delta E$  (γωνία  $\hat{A}$  ορθή) του παρακάτω σχήματος ισχύει  $\hat{B} = \hat{\Delta} = 30^\circ$  και  $Z$  το σημείο τομής των πλευρών τους  $B\Gamma$  και  $\Delta E$  αντίστοιχα.



- α) Να υπολογίσετε τις γωνίες του τετραπλεύρου  $AEZ\Gamma$ .
- β) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα  $\Gamma Z\Delta$  και  $EBZ$  είναι ισοσκελή.

2. ΘΕΜΑ\_2\_36114

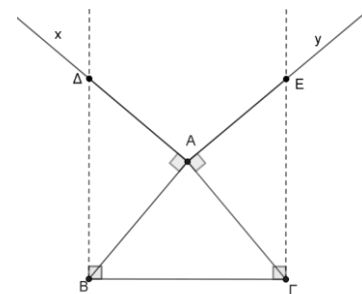
Δίνεται κύκλος κέντρου  $O$  και ένα εξωτερικό του σημείο  $P$ , από το οποίο φέρουμε τα εφαπτόμενα τμήματα του κύκλου  $PA$  και  $PB$ . Έστω ότι το τμήμα  $PO$  τέμνει τον κύκλο στο σημείο  $M$  και η εφαπτομένη του κύκλου στο  $M$  τέμνει τα  $PA$  και  $PB$  στα σημεία  $\Delta$  και  $\Gamma$  αντίστοιχα.



- α) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο  $P\Delta\Gamma$  είναι ισοσκελές.
- β) Αν η γωνία  $\hat{A}PB$  είναι  $40^\circ$  να υπολογίσετε τη γωνία  $\hat{A}OB$ .

3. ΘΕΜΑ\_2\_34422

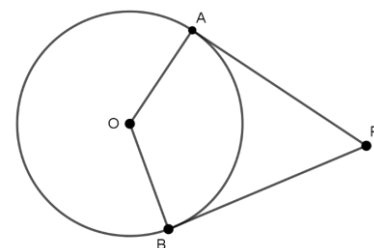
Δίνεται το ισοσκελές τρίγωνο  $AB\Gamma$  με  $AB = AG$ . Φέρουμε, εκτός του τριγώνου, τις ημιευθείες  $Ax$  και  $Ay$  τέτοιες ώστε  $Ax \perp AB$  και  $Ay \perp AG$ , όπως στο σχήμα. Οι κάθετες στην πλευρά  $B\Gamma$  στα σημεία  $B$  και  $\Gamma$  τέμνουν τις  $Ax$  και  $Ay$  στα σημεία  $\Delta$  και  $E$  αντίστοιχα.



- α) Να αποδείξετε ότι  $B\Delta = \Gamma E$ .
- β) Αν η γωνία  $\hat{B}A\Gamma$  είναι ίση με  $80^\circ$ , να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου που έχει για κορυφές τα σημεία  $A, E$  και  $\Delta$ .

4. ΘΕΜΑ\_2\_34315

Δίνεται κύκλος κέντρου  $O$  και ακτίνας  $4\text{ cm}$  και εξωτερικό του σημείο  $P$ . Έστω  $PA, PB$  τα εφαπτόμενα τμήματα που φέρονται από το  $P$ , τα σημεία επαφής τους  $A, B$  με τον κύκλο αντίστοιχα και τέτοια ώστε η γωνία  $\hat{A}PB$  να ισούται με  $60^\circ$ .

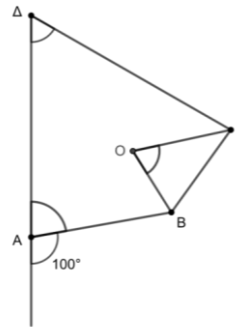


- α) Να αποδείξετε ότι το μέτρο της γωνίας  $\hat{A}OB$  είναι ίσο με  $120^\circ$ .
- β) Αν  $PO$  η διακεντρική ευθεία του σημείου  $P$ , τότε να υπολογίσετε:
  - i. το μέτρο της γωνίας  $\hat{A}PO$ ,
  - ii. το μήκος του τμήματος  $OP$ .

5. ΘΕΜΑ\_2\_13619

Θεωρούμε το τετράπλευρο  $AB\Gamma\Delta$  του σχήματος με  $\hat{A}_{εξ} = 100^\circ$  και  $\hat{B} + \hat{\Gamma} = 220^\circ$ . Αν οι διχοτόμοι των γωνιών  $\hat{B}$  και  $\hat{\Gamma}$  τέμνονται στο  $O$ , τότε:

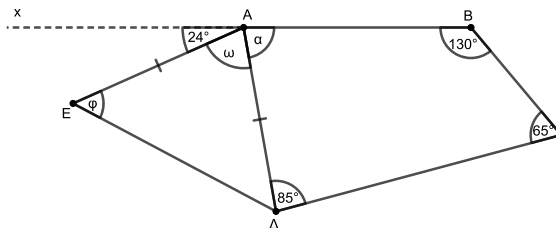
- α) Να υπολογίσετε τις γωνίες  $\hat{A}$  και  $\hat{\Delta}$  του τετραπλεύρου  $AB\Gamma\Delta$ .
- β) Να αποδείξετε ότι  $\hat{B}\hat{O}\hat{\Gamma} = 70^\circ$ .



6. ΘΕΜΑ\_2\_13749

Στο παρακάτω σχήμα το  $AB\Gamma\Delta E$  είναι ένα πεντάγωνο στο οποίο η διαγώνιος  $A\Delta$  είναι ίση με την πλευρά  $AE$  και η ημιευθεία  $Ax$  είναι προέκταση της  $BA$  προς το  $A$ . Να υπολογίσετε δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας:

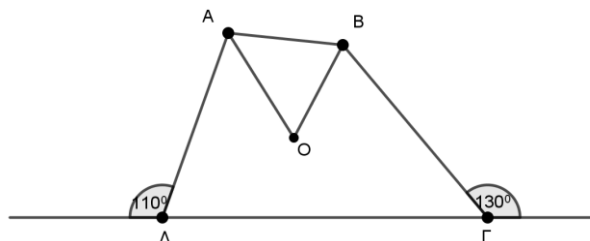
- α) τη γωνία  $\hat{\alpha}$ ,
- β) τη γωνία  $\hat{\omega}$ ,
- γ) τη γωνία  $\hat{\phi}$ ,



7. ΘΕΜΑ\_2\_12644

Στο τετράπλευρο  $AB\Gamma\Delta$ , η εξωτερική γωνία της  $\hat{\Gamma}$ , ισούται με  $130^\circ$  και η εξωτερική γωνία της  $\hat{\Delta}$ , ισούται με  $110^\circ$ . Αν οι διχοτόμοι των γωνιών του  $\hat{A}$  και  $\hat{B}$  τέμνονται στο  $O$  τότε, να υπολογίσετε:

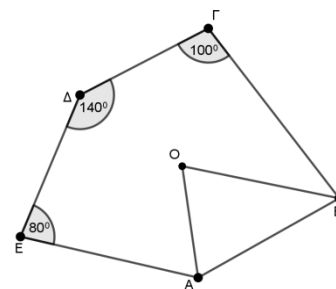
- α) τα μέτρα των γωνιών  $\hat{\Gamma}$  και  $\hat{\Delta}$  του τετραπλεύρου.
- β) το μέτρο του αθροίσματος  $\hat{A} + \hat{B}$ ,
- γ) το μέτρο της γωνίας  $\hat{A}\hat{O}\hat{B}$ .



8. ΘΕΜΑ\_2\_12640

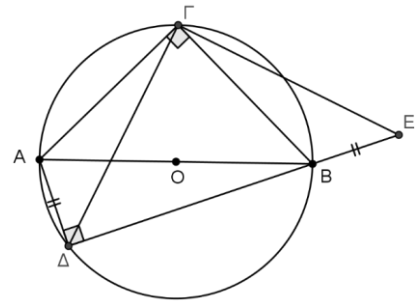
Στο κυρτό πολύγωνο  $AB\Gamma\Delta E$ , οι διχοτόμοι των γωνιών του  $\hat{A}$  και  $\hat{B}$  τέμνονται στο  $O$ . Αν η γωνία του  $\hat{\Gamma}$  ισούται με  $100^\circ$ , η γωνία του  $\hat{\Delta}$  ισούται με  $140^\circ$  και η γωνία του  $E$  ισούται με  $80^\circ$  τότε, να υπολογίσετε:

- α) το μέτρο του αθροίσματος  $\hat{A} + \hat{B}$ .
- β) το μέτρο της γωνίας  $\hat{A}\hat{O}\hat{B}$ .



## 9. ΘΕΜΑ\_4\_34316

Δίνεται κύκλος κέντρου  $O$  και διάμετρος του  $AB$ . Έστω  $\Gamma$  το μέσο ενός ημικυκλίου του,  $\Delta$  τυχαίο σημείο του άλλου ημικυκλίου του και  $\hat{A}\Gamma B = \hat{A}\Delta B = 90^\circ$ . Στην προέκταση της  $\Delta B$  προς το μέρος του  $B$  θεωρούμε σημείο  $E$  ώστε  $BE = AD$ .



**α)** Να αποδείξετε ότι:

- i.** οι γωνίες  $\hat{A}\Delta\Gamma$  και  $\hat{B}\Gamma E$  είναι ίσες,
- ii.** τα τρίγωνα  $A\Delta\Gamma$  και  $B\Gamma E$  είναι ίσα,
- iii.** η  $\Gamma\Delta$  είναι κάθετη στην  $\Gamma E$ .

**β)** Να αιτιολογήσετε γιατί, στην περίπτωση που το σημείο  $\Delta$  είναι αντιδιαμετρικό του  $\Gamma$ , η  $\Gamma E$  είναι εφαπτόμενη του κύκλου.