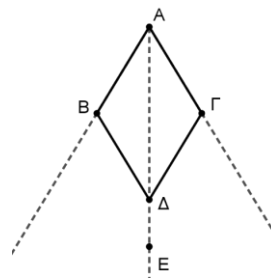


1. ΘΕΜΑ_2_36351

Δίνεται ρόμβος $AB\Delta\Gamma$. Στην προέκταση της διαγωνίου του $A\Delta$ (προς το Δ) παίρνουμε τυχαίο σημείο E . Να αποδείξετε ότι:

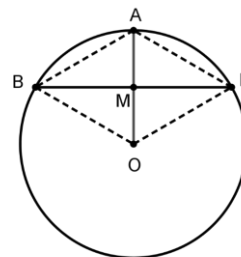
- το σημείο E ισαπέχει από τις προεκτάσεις των πλευρών AB και $A\Gamma$ (προς το μέρος των B και Γ αντίστοιχα),
- το σημείο E ισαπέχει από τα σημεία B και Γ .



2. ΘΕΜΑ_2_36349

Έστω κύκλος με κέντρο O και ακτίνα ρ . Θεωρούμε ακτίνα OA και χορδή $B\Gamma$ κάθετη στο μέσο της M .

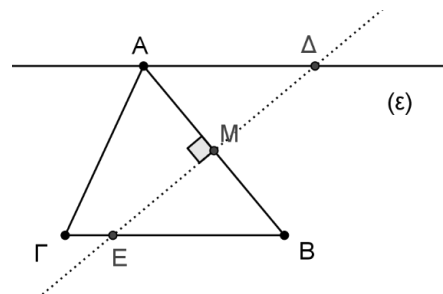
- Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $A\Gamma OB$ είναι ρόμβος.
- Να υπολογίσετε τις γωνίες του τετραπλεύρου $A\Gamma OB$.



3. ΘΕΜΑ_2_36107

Δίνεται οξυγώνιο τρίγωνο $A\Gamma B$. Φέρουμε από τη κορυφή A ευθεία (ϵ) παράλληλη στη $B\Gamma$. Η κάθετη στο μέσο M της πλευράς AB τέμνει την (ϵ) στο Δ και την $B\Gamma$ στο E .

- Να αποδείξετε ότι $\Delta A = \Delta B$ και $E A = E B$.
- Να συγκρίνετε τα τρίγωνα $A M \Delta$ και $E M B$.
- Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $A \Delta B E$ είναι ρόμβος.



4. ΘΕΜΑ_2_34513

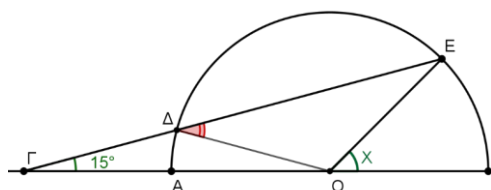
Σε κύκλο κέντρου O , έστω OA μία ακτίνα του. Φέρουμε τη μεσοκάθετη της OA που τέμνει τον κύκλο στα σημεία B και Γ . Να αποδείξετε ότι:

- το τρίγωνο OBA είναι ισόπλευρο,
- το τετράπλευρο $OBA\Gamma$ είναι ρόμβος.

5. ΘΕΜΑ_2_34505

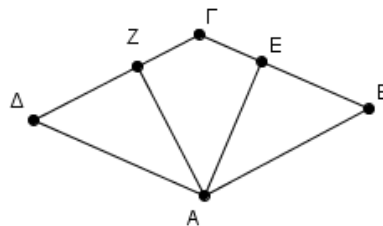
Σε ημικύκλιο διαμέτρου AB προεκτείνουμε την AB προς το μέρος του A και παίρνουμε ένα σημείο Γ . Θεωρούμε E ένα σημείο του ημικυκλίου και έστω Δ το σημείο τομής του τμήματος ΓE με το ημικύκλιο. Αν το τμήμα $\Gamma \Delta$ είναι ίσο με το OB και η γωνία $B\hat{\Gamma}E$ είναι 15° , τότε

- να αποδείξετε ότι $O\hat{\Delta}E = 30^\circ$,
- να υπολογίσετε τη γωνία $E\hat{O}B = x$.



6. ΘΕΜΑ_2_34504

Το τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ του σχήματος είναι παραλληλόγραμμο. Έστω ότι τα τμήματα AZ και AE είναι κάθετα στις πλευρές $\Delta\Gamma$ και ΓB αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι:



- α) Αν το παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ είναι ρόμβος, τότε $AZ = AE$.
- β) Αν για το παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ ισχύει $AZ = AE$, τότε αυτό είναι ρόμβος.

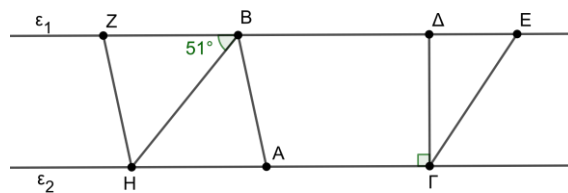
7. ΘΕΜΑ_2_34498

Θεωρούμε οξυγώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB < A\Gamma$ και το ύψος του $A\Delta$. Προεκτείνουμε το $A\Delta$ (προς το Δ) κατά τμήμα $\Delta E = A\Delta$. Έστω K σημείο της $B\Gamma$ τέτοιο ώστε $B\Delta = \Delta K$. Να αποδείξετε ότι:

- α) το τρίγωνο ABK είναι ισοσκελές,
 β) το τετράπλευρο $ABEK$ είναι ρόμβος.

8. ΘΕΜΑ_2_13842

Στο παραπάνω σχήμα το τετράπλευρο $ABZH$ είναι ρόμβος. Επίσης δίνεται ότι $\hat{ZBH} = 51^\circ$ και ότι η $A\hat{\Gamma}\Delta$ είναι ορθή.



- α) Να υπολογίσετε τη γωνία $A\hat{B}H$.
- β) Να υπολογίσετε τη γωνία $A\hat{H}B$.
- γ) Αν η γωνία \hat{E} του τριγώνου $\Gamma\Delta E$ είναι ίση με 56° , να υπολογίσετε τη γωνία $\hat{\Gamma}$ του τριγώνου $\Gamma\Delta E$.

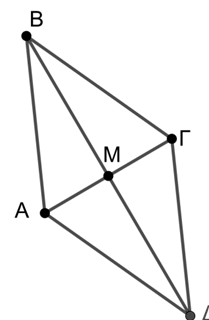
9. ΘΕΜΑ_2_13832

Στο σχήμα το M είναι μέσο των τμημάτων $A\Gamma$ και $B\Delta$. Επίσης $A\hat{M}B = \Gamma\hat{M}B$.

α) Να αποδείξετε ότι:

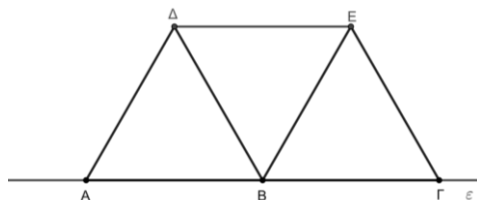
- i. Οι $A\Gamma$ και $B\Delta$ είναι κάθετες,
 ii. το $AB\Gamma\Delta$ είναι ρόμβος.

β) Το $AB\Gamma\Delta$ είναι η κάτοψη ενός κήπου. Για να περιφράξουμε τον κήπο χρειαζόμαστε 30 μέτρα φράχτη. Αν αφήσουμε την πλευρά AB του κήπου χωρίς φράχτη πόσα μέτρα φράχτη θα χρειαστούμε για τις υπόλοιπες πλευρές;



10. ΘΕΜΑ_2_13767

Σε ευθεία ϵ θεωρούμε τα διαδοχικά σημεία A , B και Γ έτσι ώστε $AB = B\Gamma$. Στη συνέχεια, σχεδιάζουμε τα ισόπλευρα τρίγωνα $AB\Delta$ και $B\Gamma E$ προς το ίδιο ημιεπίπεδο ως προς την

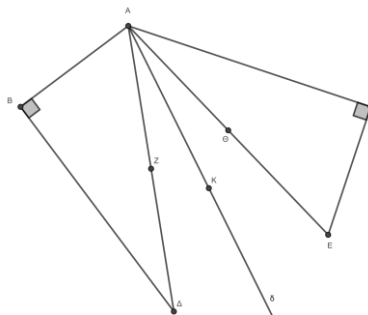


ευθεία ε όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.

- α) Να υπολογίσετε τη γωνία $\Delta\hat{B}E$.
- β) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $B\Delta E$ είναι ισόπλευρο.
- γ) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $A\Delta EB$ είναι ρόμβος.

11. ΘΕΜΑ_4_37141

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB < A\Gamma$. Φέρνουμε τμήμα $B\Delta$ κάθετο στην AB με $B\Delta = A\Gamma$ και τμήμα ΓE κάθετο στην $A\Gamma$ με $\Gamma E = AB$. Θεωρούμε τα μέσα Z και Θ των $A\Delta$ και AE καθώς και τη διχοτόμο $A\delta$ της γωνίας $\Delta\hat{A}E$.



- α) Να αποδείξετε ότι $A\Delta = AE$.
- β) Αν K τυχαίο σημείο της διχοτόμου $A\delta$, να αποδείξετε ότι ισπαέχει από τα μέσα Z και Θ .
- γ) Αν το K είναι σημείο της διχοτόμου $A\delta$ τέτοιο ώστε $KZ = AZ$, να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $AZK\Theta$ είναι ρόμβος.

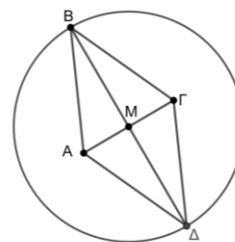
12. ΘΕΜΑ_4_37109

Δίνεται παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ και σημεία K, Λ της διαγωνίου του $B\Delta$, τέτοια ώστε να ισχύει $BK = K\Lambda = \Lambda\Delta$.

- α) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $AK\Gamma\Lambda$ είναι παραλληλόγραμμο.
- β) Να αποδείξετε ότι, αν το αρχικό παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ είναι ρόμβος, τότε και το $AK\Gamma\Lambda$ είναι ρόμβος.
- γ) Ποια πρέπει να είναι η σχέση των διαγωνίων του αρχικού παραλληλογράμμου $AN\Gamma\Delta$, ώστε το $AK\Gamma\Lambda$ να είναι ορθογώνιο. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

13. ΘΕΜΑ_4_13857

- α) Στο σχήμα η $B\Delta$ είναι μεσοκάθετος του τμήματος $A\Gamma$ και διάμετρος του κύκλου με κέντρο M . Να αποδείξετε ότι το $AB\Gamma\Delta$ είναι ρόμβος.
- β) Χαρακτηρίστε κάθε μια από τις παρακάτω προτάσεις ως αληθή ή ψευδή.

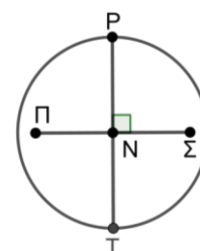


Πρόταση 1: «Αν η διαγώνιος ενός τυχαίου τετραπλεύρου είναι μεσοκάθετος της άλλης διαγωνίου και διάμετρος κύκλου με κέντρο το σημείο τομής των διαγωνίων, τότε το τετράπλευρο είναι ρόμβος».

Πρόταση 2: «Αν η διαγώνιος ενός τυχαίου τετραπλεύρου είναι κάθετη στην άλλη διαγώνιο και διάμετρος κύκλου με κέντρο το σημείο τομής των διαγωνίων, τότε το τετράπλευρο είναι ρόμβος».

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας σε κάθε περίπτωση.

- γ) Στο σχήμα τα ευθύγραμμα τμήματα PT και $\Pi\Sigma$ τέμνονται κάθετα στο N και



$$\Pi N = N \Sigma .$$

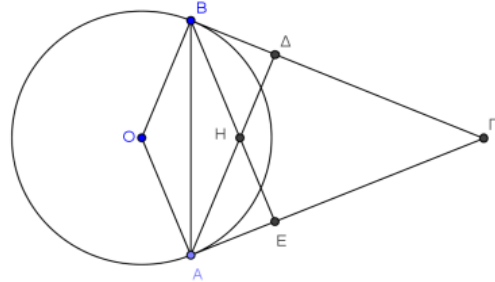
Επίσης η ΡΤ είναι διάμετρος του κύκλου με κέντρο το Ν.

Να αποδείξετε ότι $\Pi P = P \Sigma = \Sigma T = T \Pi$.

14. ΘΕΜΑ_4_1823

Δίνεται κύκλος κέντρου Ο και δύο μη αντιδιαμετρικά σημεία του Α και Β . Φέρουμε τις εφαπτομένες του κύκλου στα σημεία Α και Β οι οποίες τέμνονται στο σημείο Γ . Φέρουμε επίσης και τα ύψη ΑΔ και ΒΕ του τριγώνου ΑΒΓ τα οποία τέμνονται στο σημείο Η . Να αποδείξετε ότι:

- το τρίγωνο ΒΗΑ είναι ισοσκελές,
- το τετράπλευρο ΟΒΗΑ είναι ρόμβος,
- τα σημεία Ο, Η και Γ είναι συνευθειακά.



15. ΘΕΜΑ_4_1740

Δίνονται οι ακόλουθες προτάσεις Π_1 και Π_2 :

Π_1 : «Αν ένα παραλληλόγραμμο είναι ρόμβος, τότε οι αποστάσεις των απέναντι πλευρών του είναι ίσες».

Π_2 : «Αν οι αποστάσεις των απέναντι πλευρών ενός παραλληλογράμμου είναι ίσες, τότε το παραλληλόγραμμο είναι ρόμβος».

- Να εξετάσετε αν ισχύουν οι προτάσεις Π_1 και Π_2 αιτιολογώντας πλήρως την απάντησή σας.
- Στην περίπτωση που και οι δύο προτάσεις ισχύουν, να τις διατυπώσετε ως μία ενιαία πρόταση.