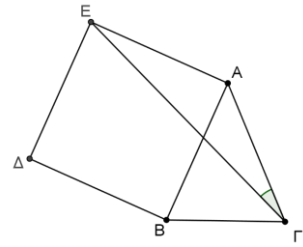


1. ΘΕΜΑ_2_36174

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = A\Gamma$. Κατασκευάζουμε εξωτερικά του τριγώνου το τετράγωνο $AB\Delta E$.

Να αποδείξετε ότι:

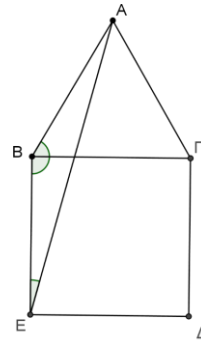
- α) το τρίγωνο $A\Gamma E$ είναι ισοσκελές,
- β) $2\hat{E}\hat{A} = 90^\circ - \hat{B}\hat{A}\hat{\Gamma}$.



2. ΘΕΜΑ_2_36173

Δίνεται ισόπλευρο τρίγωνο $AB\Gamma$ και εκτός αυτού κατασκευάζουμε τετράγωνο $B\Gamma\Delta E$.

- α) Να υπολογίσετε τις γωνίες :
 - i. $\hat{A}\hat{B}\hat{E}$, ii. $\hat{B}\hat{E}\hat{A}$.
- β) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $AE\Delta$ είναι ισοσκελές.



3. ΘΕΜΑ_2_14883

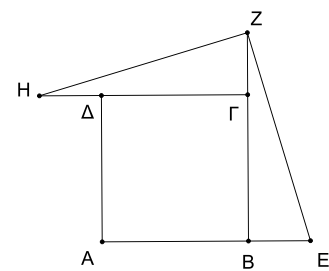
Σε κύκλο κέντρου O φέρουμε τις διαμέτρους του $A\Gamma$ και $B\Delta$.

- α) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ είναι ορθογώνιο.
- β) Τί είδους γωνία σχηματίζουν οι διάμετροι $A\Gamma$ και $B\Delta$ αν το $AB\Gamma\Delta$ είναι τετράγωνο; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

4. ΘΕΜΑ_2_13536

Δίνεται τετράγωνο $AB\Gamma\Delta$. Στις προεκτάσεις των πλευρών AB προς το B , $B\Gamma$ προς το Γ και $\Gamma\Delta$ προς το Δ θεωρούμε σημεία E , Z και H αντίστοιχα, ώστε $BE = \Gamma Z = \Delta H$.

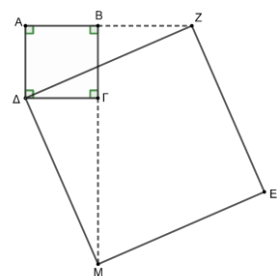
- α) Να αποδείξετε ότι $ZE = ZH$.
- β) Να αποδείξετε ότι $\hat{E}\hat{Z}\hat{H} = 90^\circ$.



5. ΘΕΜΑ_4_34336

Δίνεται το τετράγωνο $AB\Gamma\Delta$. Προεκτείνουμε την πλευρά AB προς το B κατά τμήμα BZ και την πλευρά $B\Gamma$ προς το Γ κατά τμήμα $\Gamma M = AZ$. Θεωρούμε σημείο E τέτοιο, ώστε το τετράπλευρο $\Delta M E Z$ να είναι παραλληλόγραμμο. Να αποδείξετε ότι:

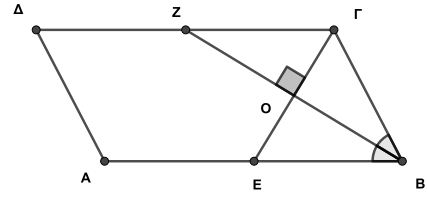
- α) τα τρίγωνα $A\Delta Z$ και $\Gamma\Delta M$ είναι ίσα και οι γωνίες $\hat{A}\hat{\Delta}\hat{Z}$ και $\hat{\Gamma}\hat{\Delta}\hat{M}$ είναι ίσες,



- β) το τετράπλευρο ΔΜΕΖ είναι τετράγωνο,
 γ) οι γωνίες ΒΖΕ και ΕΜΒ είναι παραπληρωματικές.

6. ΘΕΜΑ_4_13850

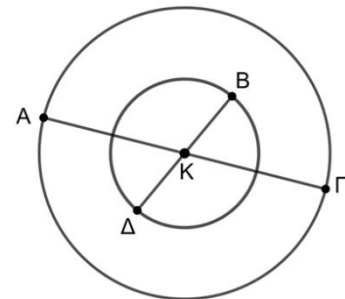
Δίνεται το παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ του σχήματος και η ΒΖ διχοτόμος της γωνίας Β̂. Φέρουμε ΓΟ κάθετη στη ΒΖ και την προεκτείνουμε έτσι ώστε να τέμνει την ΑΒ στο σημείο Ε.



- α) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΕΒΓ είναι ισοσκελές.
 β) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΟΖΓ και ΟΒΕ είναι ίσα.
 γ) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο ΕΒΓΖ είναι ρόμβος
 δ) Πόσο πρέπει να είναι το μέτρο της γωνίας Β̂ ώστε το τετράπλευρο ΕΒΓΖ να είναι τετράγωνο;

7. ΘΕΜΑ_4_13848

Στο διπλανό σχήμα οι κύκλοι έχουν κέντρο Κ και οι ΑΓ και ΒΔ είναι διάμετροί τους.



- α) Αν ισχύει $ΑΓ > ΒΔ$:
- να σχεδιάσετε το τετράπλευρο ΑΒΓΔ και να αποδείξετε ότι είναι παραλληλόγραμμο,
 - να διατυπώσετε μια επιπλέον υπόθεση για τις ΑΓ και ΒΔ, ώστε το ΑΒΓΔ να είναι ρόμβος και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

- β) Αν οι δύο κύκλοι ταυτίζονται, τότε να εξετάσετε αν ο ακόλουθος ισχυρισμός είναι αληθής:
 «Το ΑΒΓΔ είναι τετράγωνο».

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

8. ΘΕΜΑ_4_13841

Σε τρίγωνο ΑΒΓ, ΒΔ η διχοτόμος της γωνίας Β και Μ το μέσο της. Από το σημείο Δ φέρουμε παράλληλη προς τη ΒΓ, η οποία τέμνει την πλευρά ΑΒ στο σημείο Ε. Αν η ΕΜ τέμνει τη ΒΓ στο σημείο Ζ τότε:

- α) Να αποδείξετε ότι $ΒΕ = ΕΔ$.
 β) Να αποδείξετε ότι $ΒΕ // ΖΔ$.
 γ) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο ΔΕΒΖ είναι ρόμβος.
 δ) Ποιο θα έπρεπε να είναι το είδος του τριγώνου ΑΒΓ ώστε το τετράπλευρο ΔΕΒΖ να είναι τετράγωνο;
 Δικαιολογήστε πλήρως την απάντησή σας.

9. ΘΕΜΑ_4_13744

Δίνεται τετράγωνο ΑΒΓΔ. Στις προεκτάσεις των πλευρών του ΑΒ και ΒΓ προς το Β και προς το Γ αντίστοιχα, παίρνουμε τα σημεία Ε και Ζ τέτοια ώστε $ΒΕ = ΓΖ$. Αν Ρ είναι το σημείο τομής των ΑΖ και ΔΕ, τότε:

α) Να αποδείξετε ότι:

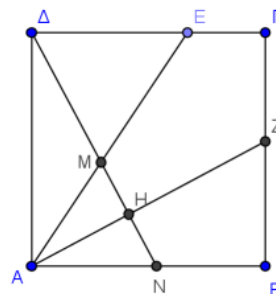
- i. οι γωνίες $\hat{A}\hat{E}\hat{D}$ και $\hat{B}\hat{Z}\hat{A}$ είναι ίσες,
- ii. τα τμήματα AZ και ΔE είναι κάθετα.

β) Αν γνωρίζετε ότι το σημείο τομής P των AZ και ΔE είναι τέτοιο ώστε $PB = AB$, να προσδιορίσετε τη θέση του σημείου E στην προέκταση του τμήματος AB .

10. ΘΕΜΑ_4_1825

Δίνεται τετράγωνο $AB\Gamma\Delta$ και τυχαίο σημείο E στην πλευρά $\Delta\Gamma$. Φέρουμε τη διχοτόμο AZ της γωνίας EAB και τη ΔH κάθετη από το Δ προς την AZ , η οποία τέμνει την AE στο M και την AB στο N . Να αποδείξετε ότι:

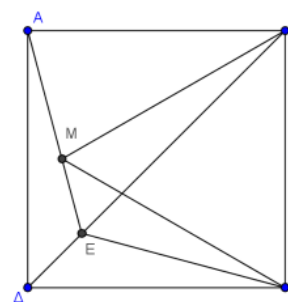
- α) τα τρίγωνα $A\Delta N$ και ABZ είναι ίσα,
- β) $AM = AN$ και $\Delta E = EM$,
- γ) $AE = \Delta E + BZ$.



11. ΘΕΜΑ_4_1814

Δίνεται τετράγωνο $AB\Gamma\Delta$ και εντός αυτού ισόπλευρο τρίγωνο $MB\Gamma$. Αν η προέκταση της AM τέμνει τη $B\Delta$ στο σημείο E , να αποδείξετε ότι:

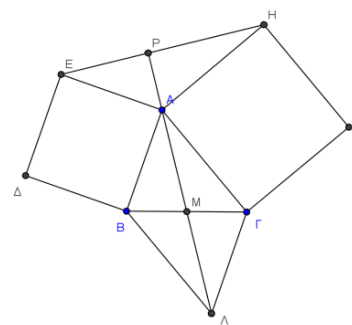
- α) $\hat{\Delta}\hat{A}\hat{E} = 15^\circ$,
- β) τα τρίγωνα ΔAE και $\Delta E\Gamma$ είναι ίσα,
- γ) η ΓE είναι διχοτόμος της γωνίας $\hat{\Delta}\hat{\Gamma}\hat{M}$.



12. ΘΕΜΑ_4_1795

Εκτός τριγώνου $AB\Gamma$ κατασκευάζουμε τετράγωνα $AB\Delta E$ και $A\Gamma ZH$. Αν M το μέσο του $B\Gamma$ και K σημείο στην προέκταση της AM τέτοιο ώστε $AM = MK$, να αποδείξετε ότι:

- α) $\Gamma\Lambda = AE$,
- β) οι γωνίες $\hat{A}\hat{\Gamma}\hat{\Lambda}$ και $\hat{E}\hat{A}\hat{H}$ είναι ίσες,
- γ) η προέκταση της MA (προς το A) τέμνει κάθετα την EH .

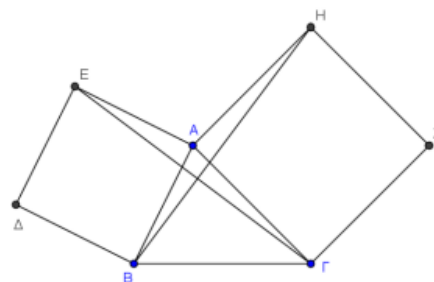


13. ΘΕΜΑ_4_1788

Δίνεται οξυγώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ και στο εξωτερικό του σχηματίζονται τα τετράγωνα $AB\Delta E$ και $A\Gamma ZH$.

Να αποδείξετε ότι:

- α) $\hat{E}\hat{A}\hat{H} = \hat{A}\hat{B}\hat{\Gamma} + \hat{A}\hat{\Gamma}\hat{B}$,
- β) $E\Gamma = BH$,
- γ) η $E\Gamma$ είναι κάθετη στη BH .

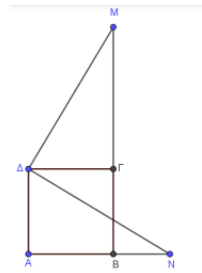


14. ΘΕΜΑ_4_1750

Στο τετράγωνο $AB\Gamma\Delta$ προεκτείνουμε την πλευρά AB κατά τμήμα BN και την πλευρά $B\Gamma$ κατά τμήμα $\Gamma M = AN$.

Να αποδείξετε ότι:

- α)** $\Delta N = \Delta M$,
- β)** $\Delta N \perp \Delta M$.



15. ΘΕΜΑ_4_1734

Δίνεται ορθογώνιο $AB\Gamma\Delta$ και έξω από αυτό, κατασκευάζουμε τέσσερα ισόπλευρα τρίγωνα ABE , $B\Gamma Z$, $\Gamma\Delta H$, $\Delta A\Theta$.

- α)** Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $EZH\Theta$ είναι ρόμβος.
- β)** Αν το αρχικό τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ είναι τετράγωνο, τότε το $EZH\Theta$ τι είδους παραλληλόγραμμο είναι;
Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

