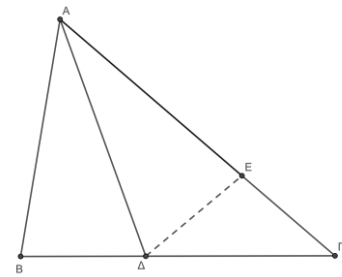


1. ΘΕΜΑ_4_37163

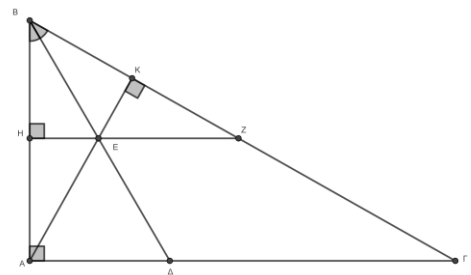
Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB < A\Gamma$ και η διχοτόμος του $A\Delta$. Στην πλευρά $A\Gamma$ θεωρούμε σημείο E τέτοιο ώστε $AE = AB$. Να αποδείξετε ότι :



- α) τα τρίγωνα $AB\Delta$ και $A\Delta E$ είναι ίσα,
- β) η ευθεία $A\Delta$ είναι μεσοκάθετος του τμήματος BE ,
- γ) αν το ύψος από την κορυφή B του τριγώνου $AB\Gamma$ τέμνει την $A\Delta$ στο H τότε η ευθεία EH είναι κάθετη στην AB .

2. ΘΕΜΑ_2_37137

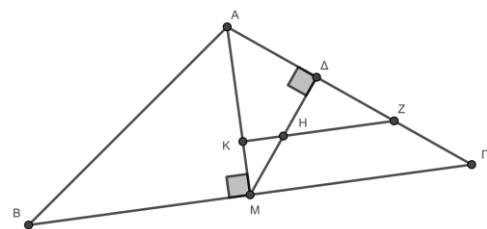
Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) με $B\Delta$ διχοτόμο και AK ύψος, που τέμνονται στο E . Η κάθετη από το E στην AB τέμνει τις AB και $B\Gamma$ στα H και Z αντίστοιχα.



- α) Να αποδείξετε ότι:
 - i. τα τρίγωνα EHA και EKZ είναι ίσα,
 - ii. το τρίγωνο BKH είναι ισοσκελές,
 - iii. η $B\Delta$ είναι κάθετη στην AZ .
- β) Αν επιπλέον το ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι και ισοσκελές, να αποδείξετε ότι η ΓE είναι διχοτόμος της γωνίας Γ .

3. ΘΕΜΑ_2_37116

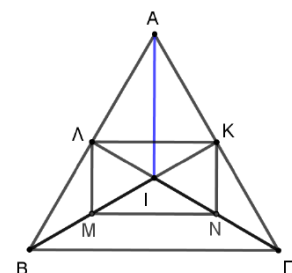
Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = A\Gamma$ και το ύψος του AM . Φέρουμε $M\Delta$ κάθετη στην $A\Gamma$ και θεωρούμε H το μέσο του τμήματος $M\Delta$. Από το H φέρουμε παράλληλη στη $B\Gamma$ η οποία τέμνει τις AM και $A\Gamma$ στα σημεία K και Z αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι:



- α) $HZ = \frac{B\Gamma}{4}$,
- β) $MZ \parallel B\Delta$,
- γ) η ευθεία AH είναι κάθετη στη $B\Delta$.

4. ΘΕΜΑ_4_37087

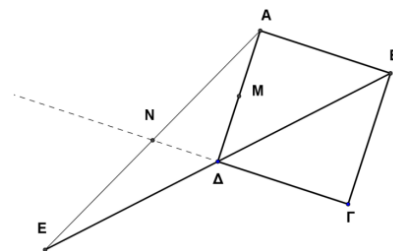
Δίνεται ισόπλευρο τρίγωνο $AB\Gamma$ και τα ύψη του BK και $\Gamma\Lambda$, τα οποία τέμνονται στο I . Αν M και N είναι τα μέσα των IB και $I\Gamma$ αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι:



- α) το ΑΙ προεκτεινόμενο διέρχεται από το, μέσο της πλευράς ΒΓ.
 β) το τετράπλευρο ΜΛΚΝ είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο.

5. ΘΕΜΑ_4_1780

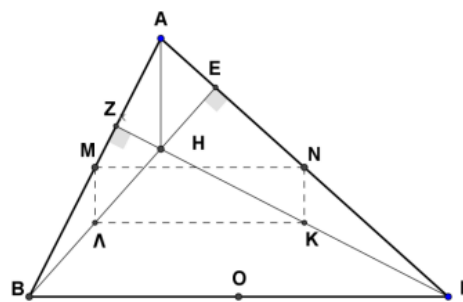
Σε τετράγωνο ΑΒΓΔ, προεκτείνουμε τη διαγώνιο ΒΔ (προς το Δ) κατά τμήμα ΔΕ = ΔΒ. Έστω Μ το μέσο της ΑΔ και Ν το σημείο τομής των ευθειών ΑΕ και ΓΔ.



- α) Να αποδείξετε ότι $\Delta N = \Delta M$.
 β) Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου ΝΜΔ.
 γ) Να αποδείξετε ότι: **i.** $MN \perp AG$, **ii.** $GM \perp AN$.

6. ΘΕΜΑ_4_1777

Δίνεται οξυγώνιο τρίγωνο ΑΒΓ, ΒΕ, ΓΖ τα ύψη από τις κορυφές Β, Γ αντίστοιχα και Η το ορθόκεντρο του τριγώνου. Επίσης δίνονται τα Μ, Ν, Κ, Λ τα μέσα των ευθυγράμμων τμημάτων ΑΒ, ΑΓ, ΓΗ, ΒΗ αντίστοιχα.



α) Να αποδείξετε ότι:

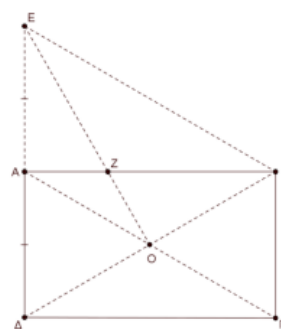
i. $MN = \Lambda K$, **ii.** $NK = M\Lambda = \frac{AH}{2}$,

iii. το τετράπλευρο ΜΝΚΛ είναι ορθογώνιο.

β) Αν το Ο είναι το μέσο της ΒΓ, να αποδείξετε ότι $\hat{M}\hat{O}\hat{K} = 90^\circ$.

7. ΘΕΜΑ_4_1764

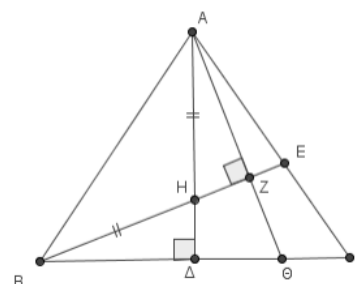
Δίνεται ορθογώνιο ΑΒΓΔ με κέντρο Ο και $AG = 2BG$. Στην προέκταση της πλευράς ΔΑ, προς το Α, παίρνουμε σημείο Ε τέτοιο, ώστε $\Delta A = \Delta E$. Να αποδείξετε ότι:



- α) το τετράπλευρο ΑΕΒΓ είναι παραλληλόγραμμο,
 β) το τρίγωνο ΕΒΔ είναι ισόπλευρο,
 γ) αν η ΕΟ τέμνει την πλευρά ΑΒ στο σημείο Ζ, να αποδείξετε ότι $\Delta Z \perp EB$.

8. ΘΕΜΑ_4_1754

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ και το ύψος του ΑΔ. Στο ΑΔ θεωρούμε σημείο Η τέτοιο ώστε $HA = HB$. Έστω ότι Ε είναι το σημείο τομής της ΒΗ με την ΑΓ. Φέρνουμε την ΑΖ κάθετη στη ΒΕ, η οποία τέμνει την πλευρά ΒΓ στο Θ.



α) Να αποδείξετε ότι:

- i.** τα τρίγωνα ΗΔΒ και ΗΖΑ είναι ίσα,

ii. $\Delta\Theta = \Theta Z$,

iii. η ευθεία ΘH είναι μεσοκάθετος του τμήματος AB .

β) Ποιο από τα σημεία του σχήματος είναι το ορθόκентρο του τριγώνου AHB ; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

9. ΘΕΜΑ_4_1748

Στο τετράγωνο $AB\Gamma\Delta$ ονομάζουμε O το κέντρο του και θεωρούμε τυχαίο σημείο E του τμήματος $O\Delta$. Φέρνουμε την κάθετη από το B στην AE , που τέμνει το τμήμα AO στο Z . Να αποδείξετε ότι:

α) οι γωνίες ω και φ του σχήματος είναι ίσες,

β) $BZ = AE$ και $\Gamma Z = BE$,

γ) το τμήμα EZ είναι κάθετο στο AB .

