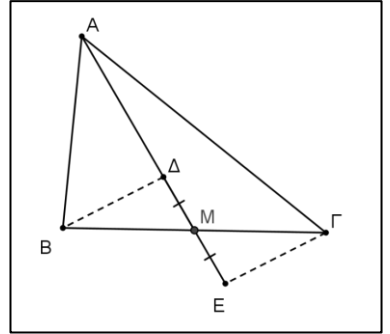


4.2 Τέμνουσα δύο ευθειών – Ευκλείδειο αίτημα

1. Έστω τρίγωνο $AB\Gamma$, η διάμεσός του AM και σημείο της Δ . Προεκτείνουμε τη διάμεσο AM προς το μέρος του M κατά τμήμα $ME = M\Delta$.



- α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $MB\Delta$ και $M\Gamma E$ είναι ίσα.
 β) Είναι οι γωνίες $\widehat{B\Delta M}$ και $\widehat{\Gamma\epsilon M}$ των τριγώνων $MB\Delta$ και $M\Gamma E$ ίσες;

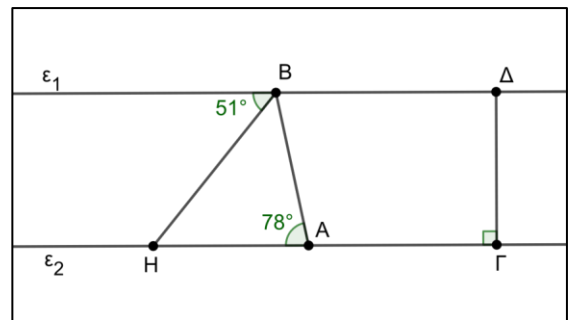
Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

- γ) Να αποδείξετε ότι τα τμήματα $B\Delta$ και ΓE είναι παράλληλα.

2. Στο σχήμα, η BH είναι διχοτόμος της γωνίας $A\widehat{B}\epsilon_1$.

Επίσης δίνονται οι γωνίες $\widehat{B\hat{A}H} = 78^\circ$, $\widehat{H\hat{B}\epsilon_1} = 51^\circ$ και η $A\hat{\Gamma}\Delta$ είναι ορθή.

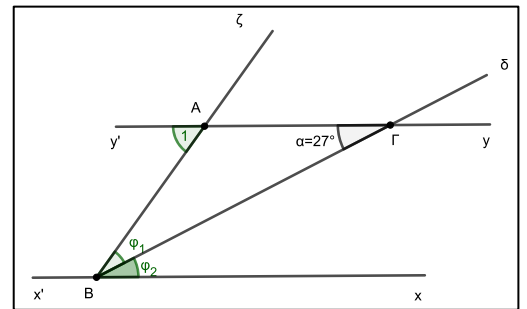
- α) Να υπολογίσετε τη γωνία $A\widehat{B}H$.
 β) Να αποδείξετε ότι οι ευθείες ϵ_1 και ϵ_2 είναι παράλληλες.



- γ) Να υπολογίσετε τη γωνία $B\hat{\Delta}\Gamma$.

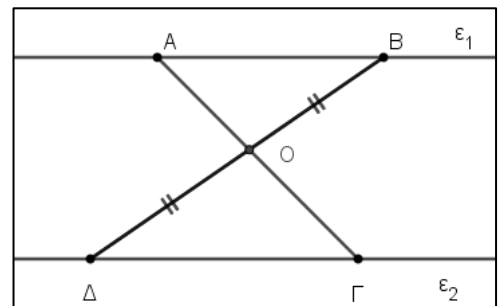
3. Στο σχήμα, οι ευθείες $x'x$ και $y'y$ είναι παράλληλες, η ημιευθεία $B\delta$ είναι διχοτόμος της γωνίας $A\widehat{B}x$ και $\hat{\alpha} = 27^\circ$. Να υπολογίσετε:

- α) τις γωνίες $\hat{\phi}_1$ και $\hat{\phi}_2$ δικαιολογώντας το συλλογισμό σας,
 β) τη γωνία \hat{A}_1 δικαιολογώντας την απάντησή σας.

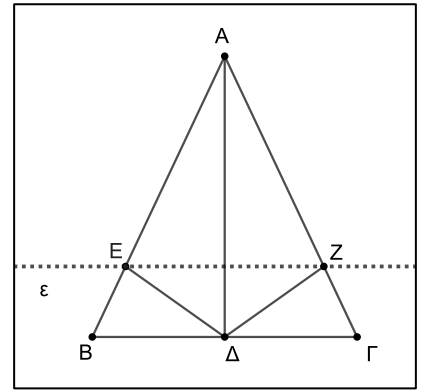


4. Στο σχήμα, οι ευθείες ϵ_1 και ϵ_2 είναι παράλληλες και το σημείο O είναι μέσο του $B\Delta$.

- α) Να αποδείξετε ότι οι γωνίες $A\widehat{B}O$ και $\Gamma\hat{\Delta}O$ είναι ίσες.
 β) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $A\widehat{B}O$ και $\Gamma\hat{\Delta}O$ είναι ίσα.
 γ) Ένας μαθητής ισχυρίζεται ότι η $A\Delta$ είναι παράλληλη στην $B\Gamma$. Συμφωνείτε με τον ισχυρισμό του; Δικαιολογήστε την απάντησή σας.



5. Θεωρούμε ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$). Φέρουμε μια ευθεία (ε) παράλληλη προς την $B\Gamma$ η οποία τέμνει τις πλευρές AB και $A\Gamma$ στα σημεία E και Z αντίστοιχα.



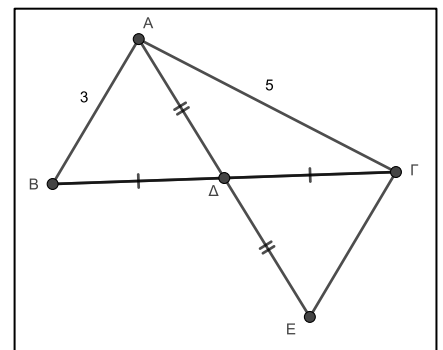
α) Να αποδείξετε ότι:

i. $\hat{A}\hat{E}Z = \hat{B}$ και $\hat{A}\hat{Z}E = \hat{\Gamma}$,

ii. το τρίγωνο AEZ είναι ισοσκελές.

β) Αν η $A\Delta$ είναι διχοτόμος της γωνίας \hat{A} του τριγώνου $AB\Gamma$, να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $A\epsilon\Delta$ και $AZ\Delta$ είναι ίσα.

6. Δίνεται το τρίγωνο $AB\Gamma$ του σχήματος, στο οποίο $AB = 3$, $A\Gamma = 5$. Φέρουμε τη διάμεσο $A\Delta$ και στην προέκτασή της προς το Δ παίρνουμε σημείο E έτσι ώστε $A\Delta = \Delta E$.



α) i. Να δικαιολογήσετε γιατί τα τρίγωνα $AB\Delta$ και $E\Gamma\Delta$ είναι ίσα.

ii. Να υπολογίσετε το μήκος της πλευράς ΓE .

β) Τα σημεία A, B, Γ, Δ και E στο σχήμα αποτελούν τις θέσεις πέντε χωριών σε ένα σχέδιο και τα μήκη που δίνονται είναι οι χιλιομετρικές αποστάσεις μεταξύ των χωριών. Επιπλέον δίνεται ότι η απόσταση ΓE είναι 3 χιλιόμετρα. Ένας συμμαθητής σας πήγε από το χωριό A στο χωριό E ακολουθώντας τη διαδρομή $A\Delta E$. Χρησιμοποίησε μια εφαρμογή που είχε στο κινητό του για να μετράει τις αποστάσεις που διανύει και είδε ότι είχε κάνει 8,5 χιλιόμετρα. Είναι αυτό δυνατόν; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

7. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) και οι διχοτόμοι $B\Delta$ και ΓE των γωνιών του \hat{B} και $\hat{\Gamma}$ αντίστοιχα. Φέρουμε $E\text{H} \perp B\Gamma$ και $\Delta Z \perp B\Gamma$.

α) Να αποδείξετε ότι:

i. τα τρίγωνα $B\Gamma\Delta$ και $\Gamma B E$ είναι ίσα,

ii. $E\text{H} = \Delta Z$.

β) Να ονομάσετε P το σημείο τομής των διχοτόμων $B\Delta$ και ΓE και M το μέσο της πλευράς $B\Gamma$. Το τμήμα $P\text{M}$ είναι παράλληλο στα τμήματα $E\text{H}$ και ΔZ ; Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

