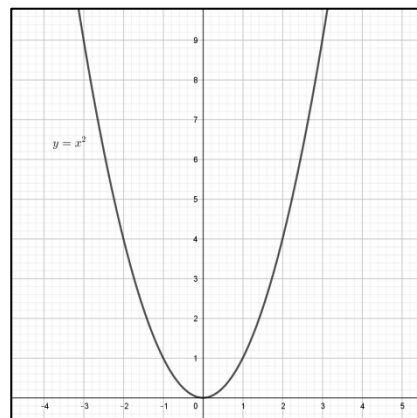


1. ΘΕΜΑ_2_32674

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^2 - 4x + 5, x \in \mathbb{R}$.

α) Να δείξετε ότι η f γράφεται στη μορφή $f(x) = (x - 2)^2 + 1$.

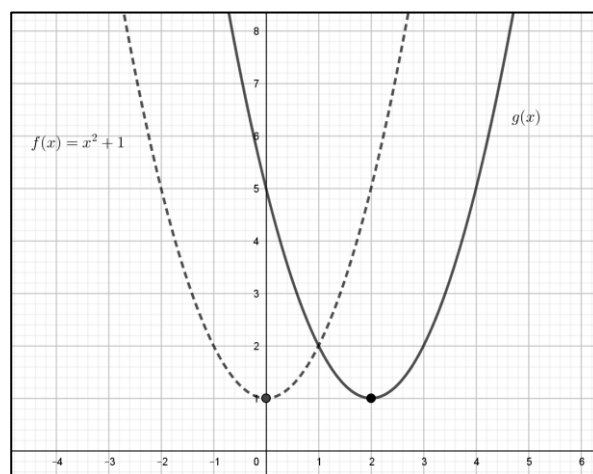
β) Να αναφέρετε με ποιες μετατοπίσεις της $y(x) = x^2$ προκύπτει η γραφική παράσταση της συνάρτησης f , την οποία και να χαράξετε στο διπλανό σύστημα συντεταγμένων.



2. ΘΕΜΑ_2_20671

Στο σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = x^2 + 1$ και η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης $g(x)$ με $x \in \mathbb{R}$.

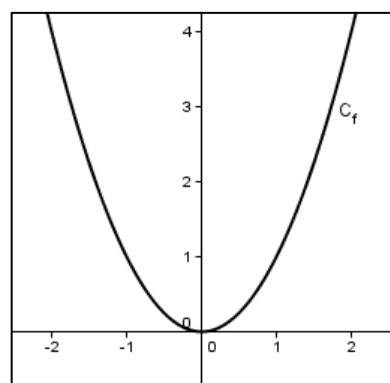
- α) i. Είναι η f άρτια ή περιττή συνάρτηση; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.
- ii. Έχει η f μέγιστη τιμή ή ελάχιστη; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.
- β) i. Με ποια μετατόπιση της γραφικής παράστασης της f προέκυψε η γραφική παράσταση της g ;
- ii. Να βρείτε τον τύπο της συνάρτησης g .



3. ΘΕΜΑ_2_21673

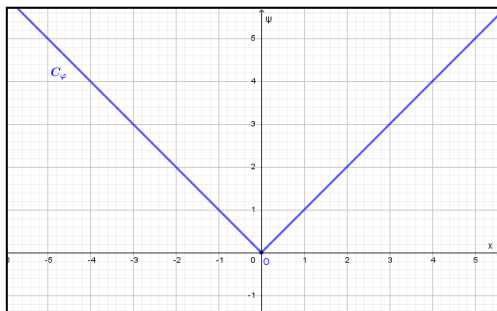
Στο διπλανό σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση C_f της συνάρτησης $f(x) = x^2, x \in \mathbb{R}$.

- α) Να βρείτε τον τύπο της συνάρτησης $\varphi(x)$ της οποίας η γραφική παράσταση προκύπτει από την C_f αν την μετατοπίσουμε μια μονάδα, προς τα πάνω.
- β) Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της $\varphi(x)$.
- γ) Με τη βοήθεια του σχήματος, να βρείτε τη μονοτονία και τα ακρότατα της $\varphi(x)$.



4. ΘΕΜΑ_2_14972

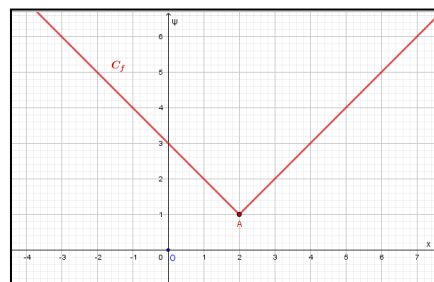
Δίνεται η συνάρτηση $\varphi(x) = |x|, x \in \mathbb{R}$ με γραφική παράσταση που φαίνεται στο σχήμα. Επιπλέον οι συναρτήσεις $g(x) = |x - 2|, x \in \mathbb{R}$ και $f(x) = |x - 2| + 1, x \in \mathbb{R}$.



α) Να παραστήσετε γραφικά στο ίδιο σύστημα συντεταγμένων τις συναρτήσεις g , f και να εξηγήσετε πώς προκύπτουν μετατοπίζοντας κατάλληλα τη γραφική παράσταση της φ .

β) Με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης της f , η οποία δίνεται στο διπλανό σχήμα, να βρείτε:

- i. τα διαστήματα στα οποία η f είναι γνήσια αύξουσα και γνήσια φθίνουσα,
- ii. το ολικό ακρότατο της f και τη θέση του. Τι είδους ακρότατο είναι;



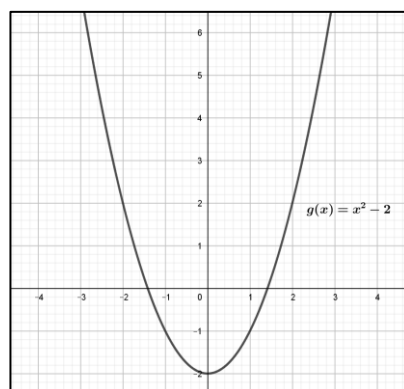
5. ΘΕΜΑ_2_15811

Στο διπλανό σύστημα συντεταγμένων δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $g(x) = x^2 - 2$, $x \in \mathbb{R}$.

α) Με βάση τη γραφική της παράσταση,

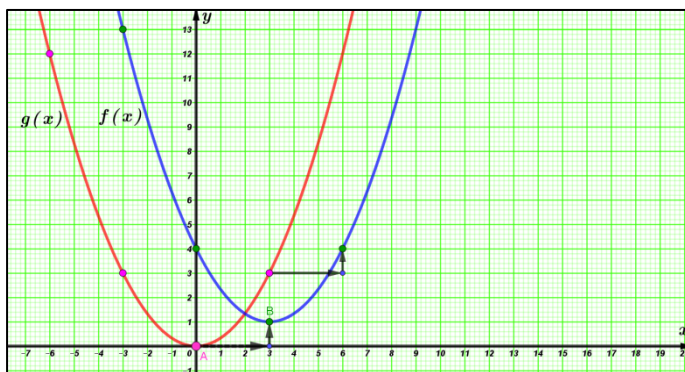
- i. να αιτιολογήσετε γιατί η g είναι άρτια.
- ii. να βρείτε το ελάχιστο της g και τη θέση αυτού.

β) Να σχεδιάσετε την γραφική παράσταση της $f(x) = x^2$ μετατοπίζοντας κατάλληλα την γραφική παράσταση της g που φαίνεται στο σχήμα.



6. ΘΕΜΑ_2_14983

Στο σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $g(x) = \frac{1}{3}x^2$, $x \in \mathbb{R}$ και η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x)$ η οποία προκύπτει από μία οριζόντια μετατόπιση της $g(x)$ κατά 3 μονάδες προς τα δεξιά και μετά κατά μία μονάδα προς τα πάνω.



α) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση όσον αφορά τον τύπο της $f(x)$.

- I. $f(x) = g(x+3) + 1$
- II. $f(x) = g(x+3) - 1$

II. $f(x) = g(x-3) + 1$ IV. $f(x) = g(x-3) - 1$

β) Να βρείτε την ελάχιστη τιμή της συνάρτησης $f(x)$ και την θέση ελαχίστου.

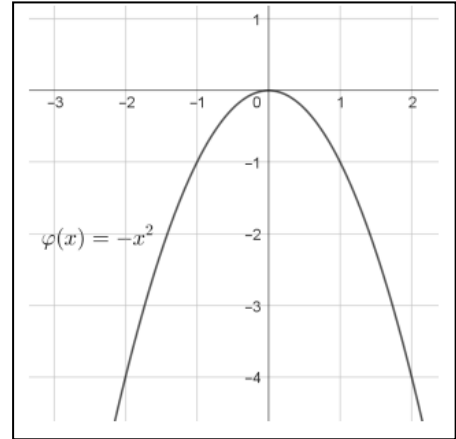
γ) Να γράψετε τα διαστήματα στα οποία η συνάρτηση $f(x)$ είναι γνησίως αύξουσα ή γνησίως φθίνουσα.

7. ΘΕΜΑ_4_32677

Δίνονται οι συναρτήσεις

$$\varphi(x) = -x^2, x \in \mathbb{R} \text{ και } f(x) = -x^2 + 2x + 1, x \in \mathbb{R}.$$

α) Να αποδείξετε ότι $f(x) = -(x-1)^2 + 2$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$ και στη συνέχεια, με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης της συνάρτησης φ , που φαίνεται στο σχήμα, να παραστήσετε γραφικά τη συνάρτηση f .

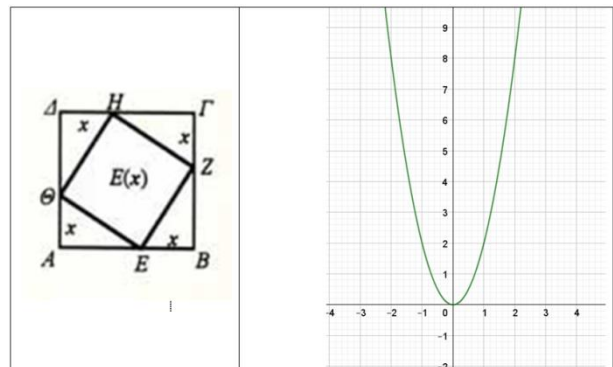


β) Με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f να βρείτε:

- i. τα διαστήματα στα οποία η συνάρτηση f είναι γνησίως μονότονη,
- ii. το ολικό ακρότατο της f καθώς και τη θέση του,
- iii. το πλήθος των ριζών της εξίσωσης $f(x) = \kappa, \kappa < 2$. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

8. ΘΕΜΑ_4_20713

Στο τετράγωνο $AB\Gamma\Delta$ του σχήματος με πλευρά 2 cm, παίρνουμε τα εσωτερικά σημεία E, Z, H, Θ των πλευρών $AB, B\Gamma, \Gamma\Delta, \Delta A$, αντίστοιχα, ώστε $EB = Z\Gamma = H\Delta = \Theta A = x$ και σχηματίζεται το τετράγωνο $EZH\Theta$.



α) Να εκφράσετε την πλευρά EZ ως συνάρτηση του x και να βρείτε τις δυνατές τιμές του x .

β) Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν του τετραγώνου

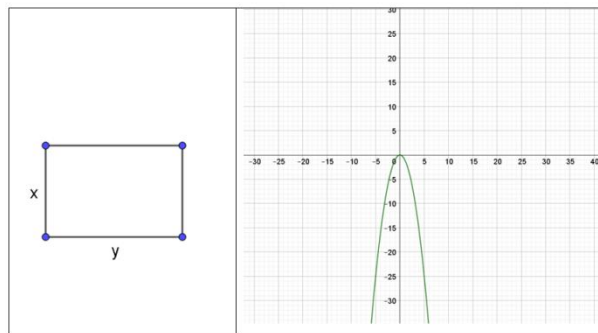
$EZH\Theta$ συναρτήσει της πλευράς x δίνεται από τη συνάρτηση $E(x) = 2(x-1)^2 + 2$ και να βρείτε το πεδίο ορισμού της στο πλαίσιο του προβλήματος.

γ) Παρακάτω δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $g(x) = 2x^2$. Μετατοπίζοντας την κατάλληλα, να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $E(x)$ και με βάση αυτή, να βρείτε το x έτσι ώστε το εμβαδόν $E(x)$ του $EZH\Theta$ να γίνεται ελάχιστο.

δ) Τι συμπέρασμα προκύπτει για τα σημεία E, Z, H, Θ στην περίπτωση που το εμβαδόν του $EZH\Theta$ γίνεται ελάχιστο.

9. ΘΕΜΑ_4_20715

Με συρματοπλέγμα μήκους 20 m θέλουμε να περιφράξουμε οικόπεδο σχήματος ορθογωνίου με διαστάσεις x και y , όπως φαίνεται στο σχήμα.



α) Να εκφράσετε την πλευρά y ως συνάρτηση της πλευράς x και να βρείτε τις δυνατές τιμές της πλευράς x .

β) Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν $E(x)$ του

ορθογωνίου ως συνάρτηση του x δίνεται από τη συνάρτηση $E(x) = -(x-5)^2 + 25$ και να βρείτε το πεδίο ορισμού της στο πλαίσιο του προβλήματος.

γ) Παρακάτω δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $g(x) = -x^2$. Μετατοπίζοντάς τη κατάλληλα, να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $E(x)$ και με βάση αυτή, να βρείτε το x έτσι ώστε το εμβαδόν $E(x)$ του ορθογωνίου να γίνεται μέγιστο.

δ) Για την τιμή του x που βρήκατε στο ερώτημα γ), να βρείτε την πλευρά y και να προσδιορίσετε το είδος του ορθογωνίου.

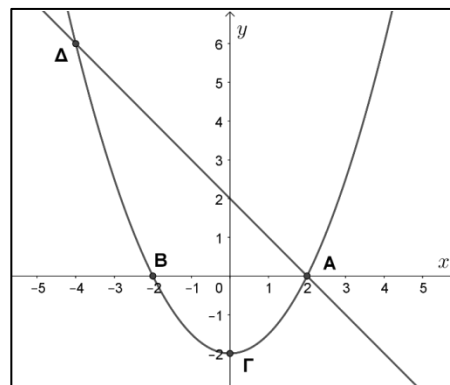
10. ΘΕΜΑ_4_14294

Στο σχήμα δίνονται οι γραφικές παραστάσεις μιας παραβολής $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$ και της ευθείας $g(x) = -x + 2$.

α) Δεδομένου ότι η παραβολή διέρχεται από τα σημεία Α, Β, Γ να βρείτε τις τιμές των a , b και γ .

β) Αν $a = \frac{1}{2}$, $b = 0$ και $\gamma = -2$, να βρείτε αλγεβρικά τις συντεταγμένες των κοινών σημείων της ευθείας και της παραβολής.

γ) Αν μετατοπίσουμε την παραβολή κατά 4,5 μονάδες προς τα πάνω, να δείξετε ότι η ευθεία και η παραβολή θα έχουν ένα μόνο κοινό σημείο.



11. ΘΕΜΑ_4_14973

Δίνονται οι συναρτήσεις $\varphi(x) = 3x^2$, $x \in \mathbb{R}$ και $f(x) = 3x^2 - 6x + 8$, $x \in \mathbb{R}$.

α) Να ελέγξετε αν η συνάρτηση φ είναι άρτια ή περιττή και να σχεδιάσετε τη γραφική της παράσταση.

β) Να αποδείξετε ότι $f(x) = 3(x-1)^2 + 5$, $x \in \mathbb{R}$. Στη συνέχεια, με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης της συνάρτησης φ , να παραστήσετε γραφικά τη συνάρτηση f , αιτιολογώντας την απάντησή σας.

γ) Με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f , να βρείτε:

i. τα διαστήματα στα οποία η f είναι γνήσια μονότονη και τον άξονα συμμετρίας της συνάρτησης f .

ii. το ολικό ακρότατο της f και τη θέση του. Τι είδους ακρότατο είναι;

iii. το πλήθος των κοινών σημείων της γραφικής παράστασης της f και της ευθείας με εξίσωση $y = \lambda$, $\lambda \in \mathbb{R}$, για τις διάφορες τιμές του πραγματικού αριθμού λ .