

## 1. ΘΕΜΑ\_2\_36701

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = 3\sin(2x)$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

α) Να βρείτε τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της συνάρτησης  $f$ .

β) Να βρείτε την περίοδο της συνάρτησης  $f$ .

## 2. ΘΕΜΑ\_2\_36364

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = -3 \cdot \eta\mu x$ .

α) Να βρείτε την περίοδο  $T$  της  $f$ .

β) Να βρείτε τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της  $f$ .

γ) Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της  $f$  στο  $[0, 2\pi]$ .

## 3. ΘΕΜΑ\_2\_36363

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = 2 \cdot \eta\mu x$ .

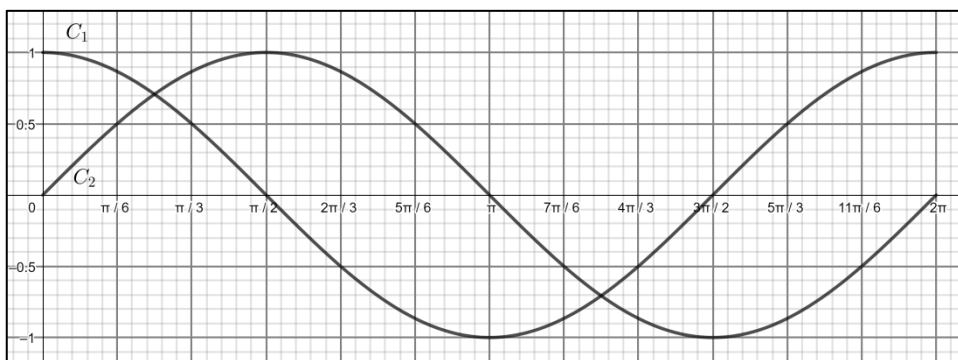
α) Να βρείτε την περίοδο  $T$  της  $f$ .

β) Να βρείτε τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της  $f$ .

γ) Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της  $f$  στο  $[0, 2\pi]$ .

## 4. ΘΕΜΑ\_2\_35983

Στο παρακάτω σύστημα συντεταγμένων έχουμε σχεδιάσει τις γραφικές παραστάσεις  $C_1$  και  $C_2$  δύο συναρτήσεων στο διάστημα  $[0, 2\pi]$ .



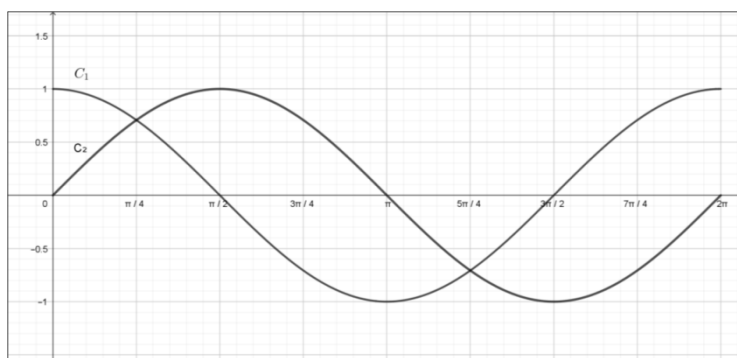
α) Αν οι γραφικές παραστάσεις είναι των συναρτήσεων  $f(x) = \sigma\upsilon\nu x$  και  $g(x) = \eta\mu x$ , ποια από τις  $C_1$ ,  $C_2$  είναι η γραφική παράσταση της  $f(x) = \sigma\upsilon\nu x$  και ποια της  $g(x) = \eta\mu x$ ;

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

β) Με την βοήθεια του σχήματος, να βρείτε τις τιμές  $g\left(\frac{\pi}{6}\right)$  και  $f\left(\frac{2\pi}{3}\right)$ .

### 5. ΘΕΜΑ\_2\_35548

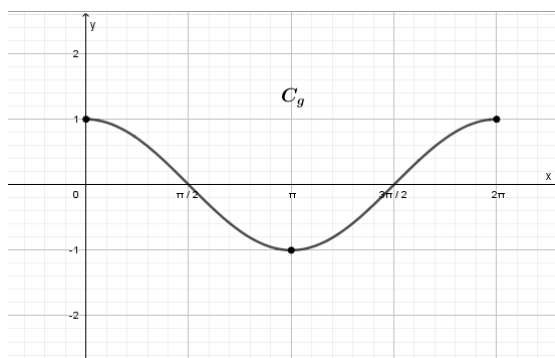
Στο παρακάτω σύστημα συντεταγμένων έχουμε σχεδιάσει δύο γραφικές παραστάσεις  $C_1$  και  $C_2$  στο διάστημα  $[0, 2\pi]$ .



- α) Αν οι γραφικές παραστάσεις είναι των συναρτήσεων  $f(x) = \sin x$  και  $g(x) = \cos x$ , ποια από τις  $C_1, C_2$  είναι η γραφική παράσταση της  $f(x) = \sin x$  και ποια της  $g(x) = \cos x$ ; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.
- β) Με την βοήθεια του σχήματος, να βρείτε τις τετμημένες των σημείων τομής των  $C_1, C_2$  στο διάστημα  $[0, 2\pi]$ .

### 6. ΘΕΜΑ\_2\_21789

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \sin x - 1, x \in [0, 2\pi]$  και η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $g(x) = \sin x, x \in [0, 2\pi]$ .

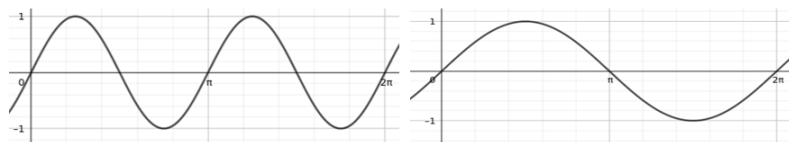


- α) Να σχεδιάσετε την γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f$ .
- β) Με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης ή με οποιονδήποτε άλλο τρόπο, να βρείτε την μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της συνάρτησης  $f$  καθώς επίσης και τις θέσεις των ακροτάτων αυτών.

### 7. ΘΕΜΑ\_2\_21600

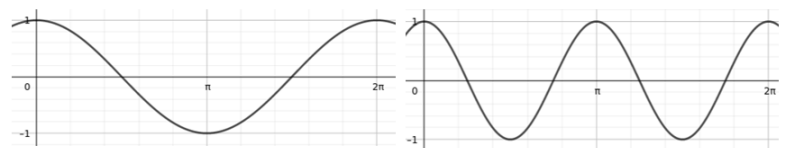
Στα παρακάτω 4 σχήματα δίνονται οι γραφικές παραστάσεις των  $f(x) = \sin x, g(x) = \cos x, h(x) = \sin(2x), \varphi(x) = \cos(2x)$ , όχι με αυτήν τη σειρά αναγκαία.

- α) Να αιτιολογήσετε γιατί οι περίοδοι των παραπάνω συναρτήσεων είναι:  $T_f = T_g = 2\pi, T_h = T_\varphi = \pi$ .



Σχήμα 1

Σχήμα 2



Σχήμα 3

Σχήμα 4

β) Να βρείτε ποιο από τα τέσσερα σχήματα αντιστοιχεί στη γραφική παράσταση της  $h(x) = \eta\mu(2x)$ .

**8. ΘΕΜΑ\_2\_20397**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = 3\eta\mu x, x \in [0, 2\pi]$ .

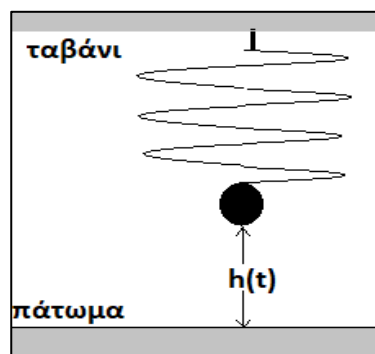
α) Να μεταφέρετε στην κόλλα σας τον παρακάτω πίνακα και να τον συμπληρώσετε.

x	0	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$	$\frac{3\pi}{2}$	$2\pi$
f(x)					

β) Να σχεδιάσετε την γραφική παράσταση της  $f(x)$  στο διάστημα  $[0, 2\pi]$ .

**9. ΘΕΜΑ\_4\_36949**

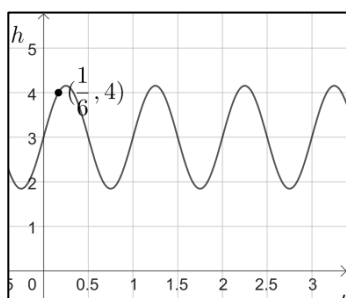
Μια μπάλα που κρέμεται με ένα ελατήριο από το ταβάνι ανεβοκατεβαίνει και η απόστασή της  $h$  σε μέτρα από το πάτωμα τη χρονική στιγμή  $t$  δίνεται από τη σχέση  $h(t) = \alpha + 2\eta\mu(\pi t)$ , όπου  $t$  ο χρόνος σε δευτερόλεπτα. Αν τη χρονική στιγμή  $t = \frac{1}{6}$  η μπάλα απέχει από το πάτωμα 4 μέτρα, τότε:



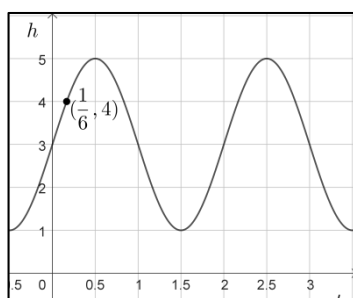
α) Να δείξετε ότι  $\alpha = 3$  και ότι η περίοδος της ταλάντωσης είναι  $T = 2$ .

β) Ποια από τις παρακάτω γραφικές παραστάσεις αντιστοιχεί στη συνάρτηση  $h$ ; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

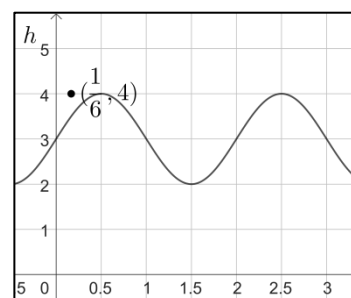
A.



B.



Γ.



γ) Με βάση τη γραφική παράσταση που επιλέξατε στο ερώτημα β), ποια είναι η μέγιστη και ποια η ελάχιστη απόσταση της μπάλας από το έδαφος; Πόση είναι η συνολική απόσταση που διανύει η μπάλα κατά τη διάρκεια μιας ταλάντωσης;

### 10. ΘΕΜΑ\_4\_36850

Στο σχήμα έχει σχεδιασθεί στο διάστημα  $\left[0, \frac{4\pi}{3}\right]$  η

γραφική παράσταση της συνάρτησης

$$f(x) = \rho \cdot \eta\mu(\omega x) \text{ όπου } \rho > 0, \omega > 0, x \in \mathbb{R}$$

Γνωρίζουμε ότι τα σημεία Α, Β, Γ έχουν τις εξής συντεταγμένες:

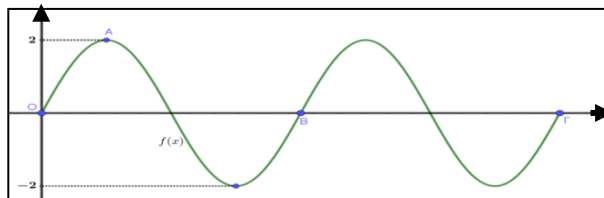
$$A\left(\frac{\pi}{6}, 2\right), B\left(\frac{2\pi}{3}, 0\right), \Gamma\left(\frac{4\pi}{3}, 0\right).$$

α) Να αποδείξετε ότι  $f(x) = 2 \cdot \eta\mu(3x)$ .

β) Να βρείτε τους αριθμούς  $f\left(\frac{\pi}{12}\right), f\left(\frac{\pi}{9}\right)$ .

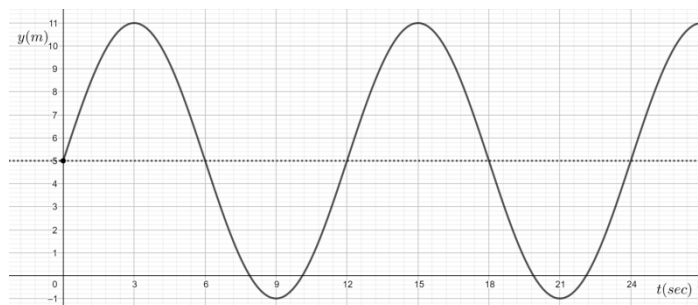
γ) Να μεταφέρετε στο γραπτό σας το σχήμα, στο οποίο να σχεδιάσετε και την γραφική παράσταση της

$$\text{συνάρτησης } g(x) = f\left(x - \frac{\pi}{6}\right) \text{ στο διάστημα } \left[\frac{\pi}{6}, \frac{9\pi}{6}\right].$$



### 11. ΘΕΜΑ\_4\_36792

Η απόσταση  $y$ , σε μέτρα, της άκρης του φτερού ενός νερόμυλου από την επιφάνεια του νερού, δίνεται ως συνάρτηση του χρόνου, σε δευτερόλεπτα, της οποίας η γραφική παράσταση φαίνεται στο παρακάτω σύστημα συντεταγμένων.



α) Με βάση το σχήμα να βρείτε:

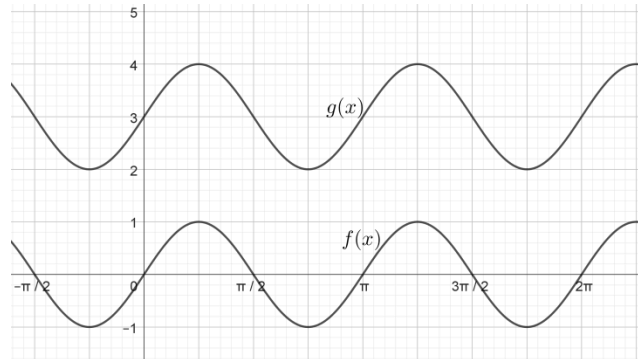
- i. την περίοδο  $T$  της συνάρτησης.
- ii. Ποια χρονική στιγμή  $t \in [0, 12]$  η άκρη του φτερού έχει την μεγαλύτερη απόσταση από την επιφάνεια του νερού και ποια είναι η απόσταση αυτή.
- iii. Ποια χρονική  $t \in [0, 12]$  η άκρη του φτερού βρίσκεται 1 μέτρο κάτω από την επιφάνεια του νερού.

β) Να βρείτε τη διάμετρο του νερόμυλου.

γ) Αν η συνάρτηση είναι της μορφής  $y = \rho \eta\mu(\omega t) + 5$ ,  $\rho, \omega > 0$ , να βρείτε τους αριθμούς  $\omega$  και  $\rho$ .

## 12. ΘΕΜΑ\_4\_36395

Στο παρακάτω σχήμα δίνονται οι γραφικές παραστάσεις της συνάρτησης  $f$  με τύπο  $f(x) = \eta\mu(\omega x)$  και της συνάρτησης  $g$  με τύπο  $g(x) = \eta\mu(\omega x) + c$  με  $\omega, c \in \mathbb{R}$ .



α) Να βρείτε:

- i. την μέγιστη και την ελάχιστη τιμή, καθώς και την περίοδο  $T$  της συνάρτησης  $f$ ,
- ii. την τιμή της παραμέτρου  $\omega$ ,

β) Αν  $\omega = 2$  και η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $g$  προκύπτει από μετατόπιση της γραφικής παράστασης της  $f$ , τότε:

- i. να προσδιορίσετε το είδος της μετατόπισης με την οποία προκύπτει η γραφική παράσταση της  $g$  από τη γραφική παράσταση της  $f$ ,
- ii. να βρείτε την τιμή της παραμέτρου και τον τύπο της συνάρτησης  $g$ .

## 13. ΘΕΜΑ\_4\_21376

Το βάθος  $y$ , σε μέτρα, του νερού σε ένα λιμάνι επηρεάζεται από το φαινόμενο της παλίρροιας κατά τη διάρκεια μιας ημέρας (εντός 24 ωρών) και δίνεται ως συνάρτηση του χρόνου  $t$  (σε ώρες) από τη σχέση:

$$y = 2\eta\mu\left(\frac{\pi}{6}t\right) + 4, \text{ με } 0 \leq t \leq 24.$$

α) i. Να αιτιολογήσετε γιατί η περίοδος της συνάρτησης είναι  $T = 12$ .

ii. Να μεταφέρετε στην κόλλα σας και να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα τιμών:

t	0	3	6	9	12
y					

iii. Να σχεδιάσετε την γραφική παράσταση της  $y = 2 \cdot \eta\mu\left(\frac{\pi}{6}t\right) + 4$ , με  $0 \leq t \leq 24$ .

β) i. Ποιο θα είναι το βάθος του νερού στις 12 το μεσημέρι, δηλαδή τη χρονική στιγμή  $t = 12$ ;

ii. Ένα μεγάλο πλοίο χρειάζεται τουλάχιστον 4 μέτρα βάθος νερού για να δέσει στο λιμάνι. Στη διάρκεια ποιού χρονικού διαστήματος από τις 12 το μεσημέρι και μετά θα μπορεί να δέσει με ασφάλεια;

### 14. ΘΕΜΑ\_4\_36704

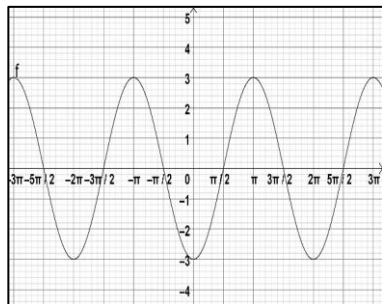
Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = -3\sin x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

α) Να βρείτε τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της συνάρτησης  $f$ .

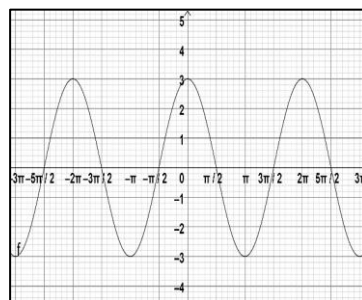
β) Να βρείτε την περίοδο της συνάρτησης  $f$ .

γ) Από τις παρακάτω τέσσερις γραφικές παραστάσεις μία μόνο αντιστοιχεί στη γραφική παράσταση της  $f$ , να επιλέξετε αυτή που αντιστοιχεί στη συνάρτηση  $f(x) = -3\sin x$  και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

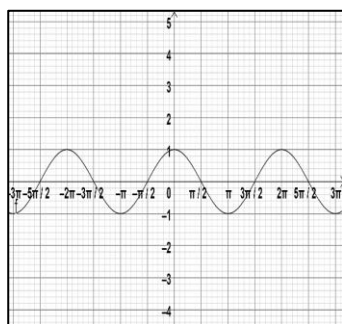
A.



B.



Γ.



Δ.

