

1. ΘΕΜΑ_2_36821

α) Να αποδείξετε ότι $\log 1000 = 3$.

β) Να υπολογίστε την τιμή της παράστασης $\Sigma = 3 \cdot \log 5 + \log 72 - \log 9$.

2. ΘΕΜΑ_2_36367

Δίνεται ο αριθμός $A = 10^{\log 5} - e^{\ln 3}$. Να αποδείξετε ότι:

α) $A = 2$,

β) $0 < \ln A < 1$.

Δίνεται ότι $e \approx 2.71$.

3. ΘΕΜΑ_2_36366

Δίνεται ο αριθμός $A = \ln e + \ln e^2$. Να αποδείξετε ότι:

α) $A = 3$,

β) $\ln A > 1$.

Δίνεται ότι $e \approx 2.71$.

4. ΘΕΜΑ_2_36365

Δίνεται ο αριθμός $A = \log 10 + \log 100 + \log 10^6$. Να αποδείξετε ότι:

α) $A = 9$,

β) $0 < \log A < 1$.

5. ΘΕΜΑ_2_36362

Δίνεται η παράσταση $A = \log 4 + 2 \log 5$.

α) Να αποδείξετε ότι $A = 2$.

β) Να βρείτε την τιμή του $\log \frac{A}{2}$.

6. ΘΕΜΑ_2_36361

Δίνεται η παράσταση $A = \ln e^2 - \ln \sqrt{e}$.

α) Να αποδείξετε ότι $A = \frac{3}{2}$.

β) Να βρείτε την τιμή του $\ln \left(\frac{2}{3} \cdot A \right)$.

7. ΘΕΜΑ_2_35981

α) Να αποδείξετε ότι $\log 27 + \log 3 = \log 81$.

β) Να αποδείξετε ότι $\log 27 + \log 3 = 4 \log 3$.

8. ΘΕΜΑ_2_35547

α) Να αποδείξετε ότι $\log 10 - \log 2 = \log 5$.

β) Να αποδείξετε ότι $\log 8 + \log 2 = 4 \log 2$.

9. ΘΕΜΑ_2_21545

α) Να αποδείξετε ότι $\log 0,01 = -2$.

β) Να αποδείξετε ότι $\log_2 3 + 2 \log_2 4 - \log_2 12 = -\log 0,01$.

10. ΘΕΜΑ_2_21285

Δίνεται η παράσταση $A = 2 \log 4 + 4 \log 5$.

α) Να αποδείξετε ότι $A = 4$.

β) Για ποια τιμή του αριθμού $x \neq 0$ ισχύει $\ln x^2 = \frac{A}{2}$.

11. ΘΕΜΑ_2_21704

Δίνεται ότι μία προσεγγιστική τιμή για τον δεκαδικό λογάριθμο $\log 2$ είναι το 0,30. Να εφαρμόσετε τις

ιδιότητες των λογαρίθμων: $\log \frac{\theta_1}{\theta_2} = \log \theta_1 - \log \theta_2$ και $\log \theta^k = k \log \theta$ για να βρείτε μία προσεγγιστική τιμή

για τους δεκαδικούς λογάριθμους:

α) $\log 4$

β) $\log 5$

12. ΘΕΜΑ_2_20997

Θεωρούμε τον αριθμό $p = \log 4 + 2 \cdot \log 5$.

α) Να αποδείξετε $\log 4 = 2 \log 2$ και στη συνέχεια ότι $p = 2$.

β) Να βρείτε τον θετικό αριθμό x ώστε $\ln x = p$.

13. ΘΕΜΑ_2_17598

Δίνονται οι αριθμοί $\alpha = \log 2$ και $\beta = \log 5$.

α) Να αποδείξετε ότι $\alpha + \beta = 1$.

β) Να βρείτε την τιμή της παράστασης $\ln(\alpha + \beta)$.

14. ΘΕΜΑ_4_35543

α) Να λύσετε το σύστημα: $(\Sigma): \begin{cases} 2\omega + 3\varphi = 17 \\ 4\omega - 3\varphi = 7 \end{cases}$

β) Αν η λύση του συστήματος (Σ) είναι $(\omega, \varphi) = (4, 3)$ και $\ln x = \omega$, $\ln y = \varphi$, να βρείτε τους αριθμούς x και y .

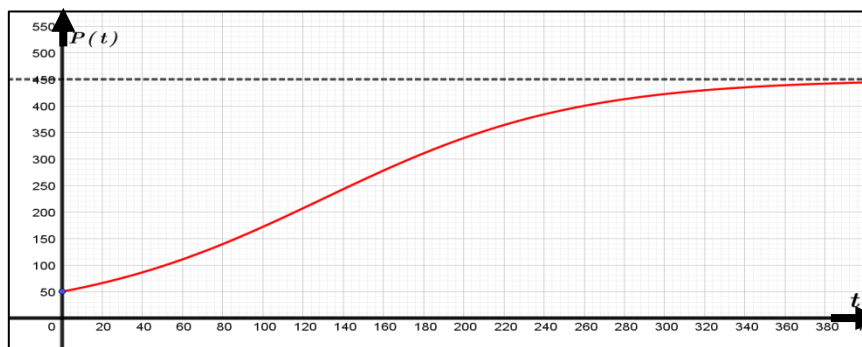
15. ΘΕΜΑ_4_21638

Ο αριθμός των διαφορετικών ειδών των έμβιων όντων που υπάρχουν στις Μεγάλες Λίμνες της Β. Αμερικής, δίνεται προσεγγιστικά από τη συνάρτηση $P(t) = \frac{450}{1 + 8 \cdot e^{-0,016t}}$ μετά t χρόνια από το έτος 1900. Θεωρούμε ότι η μεταβλητή t παίρνει μη αρνητικές πραγματικές τιμές.

α) Να βρείτε πόσα είδη έμβιων όντων υπήρχαν το έτος 1.900 .

β) Να βρείτε, προσεγγιστικά, ποιο έτος θα υπάρχουν περίπου 225 διαφορετικά είδη.

γ) Στο παρακάτω σχήμα υπάρχει η γραφική παράσταση της συνάρτησης $P(t)$. Με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης να βρείτε τη μονοτονία της $P(t)$. Από ποια τιμή θα είναι πάντα μικρότερες οι τιμές $P(t)$; Δίνεται ότι $\ln 8 \approx 2,08$.



16. ΘΕΜΑ_4_20999

Ένα προσεγγιστικό μαθηματικό μοντέλο για το πλήθος των ανθρώπων σε μια μαθητική κοινότητα που έχουν ακούσει μια συγκεκριμένη φήμη, περιγράφεται από την ισότητα $N = P \cdot (1 - e^{-0,15k})$, όπου P ο συνολικός πληθυσμός της κοινότητας και k είναι ο αριθμός των ημερών που έχουν περάσει από τότε που ξεκίνησε η φήμη. Υποθέτουμε ότι ο συνολικός πληθυσμός της κοινότητας είναι 1.000 άνθρωποι.

α) Να βρείτε πόσα μέλη της μαθητικής κοινότητας θα έχουν ακούσει τη φήμη μετά από 20 ημέρες.

β) Πόσες ημέρες θα περάσουν ώστε να έχουν ακούσει τη φήμη 450 άνθρωποι από τους 1.000 ;

γ) Είναι δυνατόν να ακούσουν τη φήμη όλα τα μέλη της κοινότητας; Εξηγήστε.

Δίνονται: $e^3 \approx 20$ και $\ln(0,55) \approx -0,6$.