

1. ΘΕΜΑ_2_36382

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \log(x - 2)$.

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f .

β) Να υπολογίσετε τις τιμές της f για $x = 3$, $x = 12$ και $x = 102$.

2. ΘΕΜΑ_2_35619

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \log(x - 1)$.

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f .

β) Να δείξετε ότι $f(2) + f(11) = 1$.

3. ΘΕΜΑ_2_15592

Δίνεται η άρτια συνάρτηση $f(x) = \ln \frac{1}{|x|}$, $x \neq 0$.

α) Να αποδείξετε ότι $f(-1) = f(1) = 0$ και $f(-2) = f(2)$.

β) Στο σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης f για $x > 0$.

Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x)$ για $x < 0$.



4. ΘΕΜΑ_4_36697

Δίνεται η συνάρτηση $g(x) = \ln(x + 3)$.

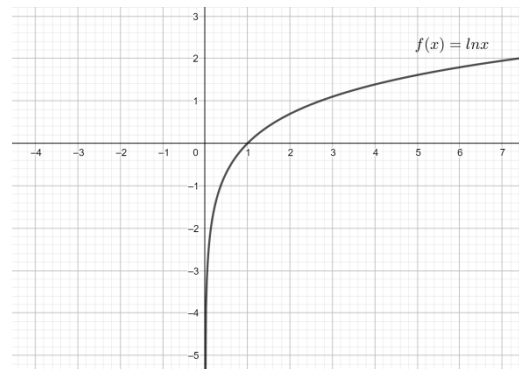
α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της g .

β) Να αποδείξετε ότι η γραφική παράσταση της g τέμνει τον άξονα x 'ς στο σημείο με τετμημένη -2 .

γ) Στο διπλανό σύστημα συντεταγμένων δίνεται η γραφική παράσταση της $f(x) = \ln x$.

i. Να βρείτε με ποια μετατόπιση της γραφικής παράστασης της f θα προκύψει η γραφική παράσταση της g .

ii. Στο ίδιο σύστημα συντεταγμένων να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της g .



5. ΘΕΜΑ_4_36377

Να αιτιολογήσετε γιατί ισχύουν:

α) $1 \in \left(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}\right)$,

β) $1 < 2 \cdot \eta\mu 1 < 2$,

γ) $0 < \ln(2 \cdot \eta\mu 1) < 1$.

6. ΘΕΜΑ_4_36376

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \ln x + 1$.

α) Να αποδείξετε ότι η γραφική παράσταση της f διέρχεται από το σημείο $(1,1)$.

β) Να αποδείξετε ότι η γραφική παράσταση της f τέμνει τον άξονα $x'x$ στο σημείο με τετμημένη $\frac{1}{e}$.

γ) Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της f .

7. ΘΕΜΑ_4_36375

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \ln(x-1)$.

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f .

β) Να αποδείξετε ότι η γραφική παράσταση της f τέμνει τον άξονα $x'x$ στο σημείο με τετμημένη 2.

γ) Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της f .

8. ΘΕΜΑ_4_36374

Να αιτιολογήσετε γιατί

α) $\delta \in \left(\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right)$,

β) ορίζεται ο αριθμός $\ln(\sin \delta)$,

γ) $\ln(\sin \delta) < 0$.

9. ΘΕΜΑ_4_36373

Δίνεται γωνία $\theta \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$. Να αιτιολογήσετε γιατί

α) δεν ορίζεται η παράσταση $\ln(\sin \theta)$ ενώ ορίζεται η παράσταση $\ln(\eta\mu \theta)$,

β) $\ln(\eta\mu \theta) < 0$.

10. ΘΕΜΑ_4_36372

Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης

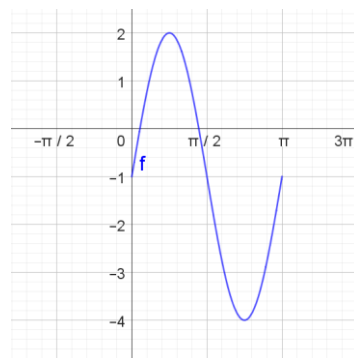
$$f(x) = 3\eta\mu(2x) + \kappa \text{ στο } [0, \pi]$$

α) Να αποδείξετε ότι $\kappa = -1$.

β) Να βρείτε τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της f .

γ) Να αποδείξετε ότι $0 < \ln 2 < 1$.

δ) Να αιτιολογήσετε γραφικά γιατί η εξίσωση $f(x) = \ln 2$ έχει ακριβώς 2 ρίζες στο $[0, \pi]$.



11. ΘΕΜΑ_4_36371

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = e^x$ και η ευθεία $(\varepsilon): y = x$. Έστω επίσης η συνάρτηση της οποίας η γραφική παράσταση είναι συμμετρική της f ως προς την ευθεία (ε) .

- α) Να σχεδιάσετε στο ίδιο σύστημα αξόνων τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f και g .
- β) Να γράψετε τον τύπο της g και να βρείτε το πεδίο ορισμού της.
- γ) Να αποδείξετε ότι σημείο $(2, f(\ln 2))$ είναι πάνω στην ευθεία (ε) .

12. ΘΕΜΑ_4_20707

Η ευαισθησία ενός φωτογραφικού φιλμ μετριέται σε μονάδες ASA ή σε μονάδες DIN. Αν x μονάδες ASA συνδέονται με μονάδες DIN με τον τύπο $y = 1 + 10 \cdot \log x$, τότε:

- α) Να βρείτε πόσες μονάδες DIN είναι η ευαισθησία ενός φωτογραφικού φιλμ, αν γνωρίζουμε ότι η ευαισθησία αυτού του φιλμ σε μονάδες ASA, είναι 10.
- β) Να βρείτε πόσες μονάδες DIN είναι η ευαισθησία ενός φωτογραφικού φιλμ, αν γνωρίζουμε ότι η ευαισθησία αυτού του φιλμ σε μονάδες ASA, είναι 200.
- γ) Να επιλύσετε τον παραπάνω τύπο ως προς x .
- δ) Να βρείτε πόσες μονάδες ASA είναι η ευαισθησία ενός φωτογραφικού φιλμ, αν γνωρίζουμε ότι η ευαισθησία αυτού του φιλμ σε μονάδες DIN, είναι 13.

Δίνεται ότι: $\log 2 = 0,3$ και $10^{\frac{6}{5}} \cong 15,85$.

13. ΘΕΜΑ_4_20708

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = \log x$, $x > 0$ και $g(x) = \log(10x - 20)$, $x > 2$.

- α) Να βρείτε τους αριθμούς $g(2,1)$ και $g(12)$.
- β) Να αποδείξετε ότι $g(x) = 1 + f(x - 2)$.
- γ) Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x)$. Να μεταφέρετε το παρακάτω σχήμα στο γραπτό σας, το οποίο να συμπληρώσετε με την γραφική παράσταση της συνάρτησης $g(x)$.

