8.2 Κριτήρια ομοιότητας

1. Δίνονται δύο τρίγωνα ΑΒΓ και ΔΕΖ για τα οποία γνωρίζουμε ότι:

$$\hat{A} = 48^o,\ \hat{B} = 53^o,\ \hat{E} = 79^o \text{ και } \hat{Z} = 48^o$$

α) Να δικαιολογήσετε γιατί τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΔΕΖ είναι όμοια.

β) **i.** Ποιες είναι οι ομόλογες πλευρές των δύο τριγώνων;

ii. Να γράψετε την ισότητα των λόγων των ομόλογων πλευρών των δυο τριγώνων.

2. Δίνονται δύο τρίγωνα ΑΒΓ και ΔΕΖ για τα οποία γνωρίζουμε ότι:

$$AB = 9,\ A\Gamma = 15 \text{ και } \hat{A} = 48^o,\ Z\Delta = 12,\ ZE = 20,\ \hat{Z} = 48^o$$

α) Να δικαιολογήσετε γιατί τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΔΕΖ είναι όμοια.

β) **i.** Να γράψετε τους λόγους των ομόλογων πλευρών των δυο τριγώνων.

ii. Να βρείτε το λόγο ομοιότητάς τους.

3. Για δύο ισοσκελή τρίγωνα ΑΒΓ $(AB = A\Gamma)$ και ΕΔΖ $(E\Delta = EZ)$ γνωρίζουμε ότι:

$$\hat{A} = 48^o,\ \hat{Z} = 66^o \text{ και } AB = 3\cdot E\Delta$$

α) Να δικαιολογήσετε γιατί τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΕΔΖ είναι όμοια.

β) **i.** Να γράψετε τους ίσους λόγους που προκύπτουν από την ομοιότητα των δυο τριγώνων

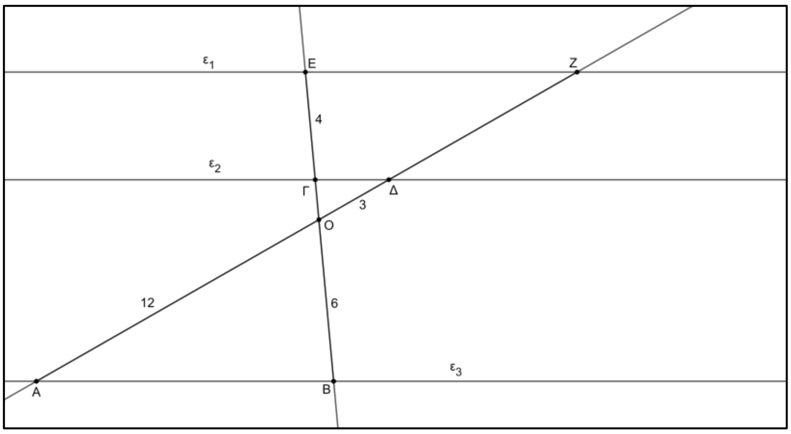
ii. Να βρείτε το λόγο των βάσεων των δυο τριγώνων.

4. Στο παρακάτω σχήμα οι ευθείες ε_1, ε_2 και ε_3 είναι παράλληλες. Δίνονται ότι $\Gamma E = 4$, $O\Delta = 3$, $OA = 12$, $OB = 6$.

α) Να υπολογίσετε τα τμήματα ΟΓ και ΔΖ.

β) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΟΕΖ και ΟΒΑ είναι όμοια.

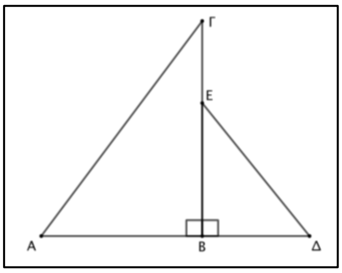
γ) Αν ΟΓ = 1.5 και ΔΖ = 8, να υπολογίσετε τον λόγο $\frac{EZ}{AB}$.



5. Στο παρακάτω σχήμα δίνονται ότι $\hat{A}=\hat{\Delta}$, $A\Gamma=36$, $B\Delta=16$ και $E\Delta=24$.

α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΔΒΕ είναι όμοια.

β) Να υπολογίσετε την πλευρά ΑΒ.



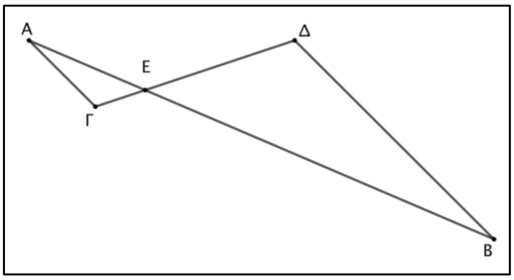
6. Στο παρακάτω σχήμα δίνονται ότι ΑΕ = 5, ΑΓ = 4, ΕΓ = 2, ΔΕ = 6, ΒΕ = 15 και ΒΔ = 12.

α) Να υπολογίσετε τους λόγους $\frac{B\Delta}{A\Gamma}, \frac{\Delta E}{E\Gamma}, \frac{BE}{AE}$.

β) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΕΓ και ΒΕΔ είναι όμοια.

γ) Να συμπληρώσετε τις ακόλουθες ισότητες οι οποίες προκύπτουν από την ομοιότητα των τριγώνων ΑΕΓ και ΒΕΔ και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

$$\hat{A}=.....,\ \hat{\Gamma}=.....,\ A\hat{E}\Gamma=.....$$

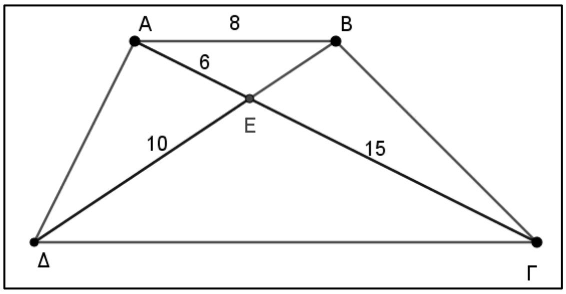


7. Δίνεται το τραπέζιο ΑΒΓΔ με ΑΒ // ΔΓ, Ε σημείο τομής των διαγώνιων, ΑΕ = 6, ΑΒ = 8, ΓΕ = 15 και ΔΕ = 10.

α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΕΒ και ΓΕΔ είναι όμοια.

β) Να γράψετε την αναλογία των ομόλογων πλευρών τους.

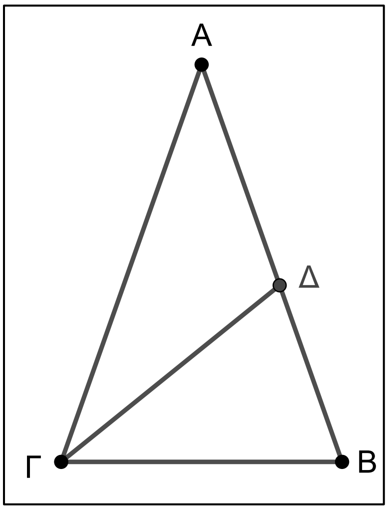
γ) Να υπολογίστε τα τμήματα ΒΕ και ΓΔ.



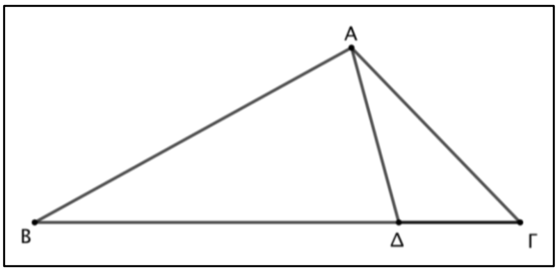
8. Στο σχήμα το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ισοσκελές με ΑΒ = ΑΓ = 36 και ΒΓ= 24 . Το σημείο Δ της πλευράς ΑΒ είναι τέτοιο ώστε ΒΔ = 16 .

α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΓΒΔ είναι όμοια με λόγο ομοιότητας $\frac{3}{2}$.

β) Να υπολογίσετε το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος ΓΔ .



9. Θεωρούμε τρίγωνο ΑΒΓ με ΒΓ = 2ΑΓ και σημείο Δ στην πλευρά ΒΓ τέτοιο ώστε ΑΓ = 2ΓΔ, όπως φαίνεται στο σχήμα.



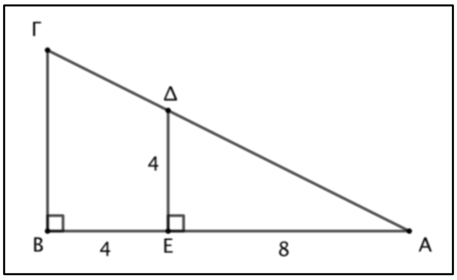
α) Να υπολογίσετε τους λόγους $\frac{ΒΓ}{ΑΓ}$ και $\frac{ΑΓ}{ΓΔ}$.

β) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΔΑΓ είναι όμοια.

γ) Να συμπληρώσετε τις ακόλουθες ισότητες οι οποίες προκύπτουν από την ομοιότητα των τριγώνων ΑΒΓ και ΔΑΓ και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

$$Β\hat{Α}Γ = ... ,\ \hat{Β} = ...$$

10. Στο σχήμα δίνονται ότι $\hat{Β} = \hat{Ε} = 90^o$, $ΑΕ = 8$, $ΕΒ = 4$ και $ΔΕ = 4$.



α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΕΔ και ΑΒΓ είναι όμοια.

β) Να γράψετε τους ίσους λόγους που προκύπτουν από την ομοιότητα των τριγώνων ΑΕΔ και ΑΒΓ.

γ) Να υπολογίσετε το μήκος της πλευράς ΒΓ.

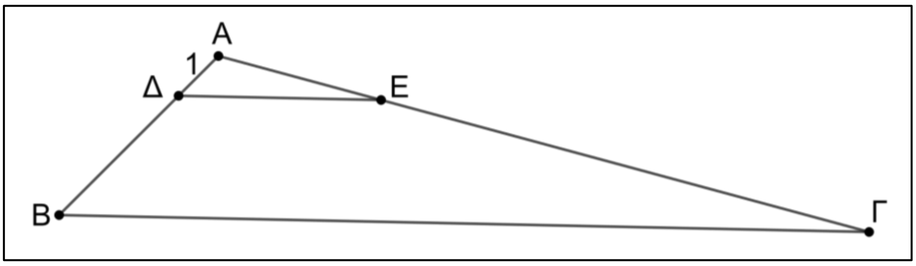
11. Στις πλευρές ΑΒ και ΑΓ τριγώνου ΑΒΓ παίρνουμε σημεία Δ και Ε αντίστοιχα ώστε η ΔΕ να είναι παράλληλη στην ΒΓ και ΑΔ = 1, όπως στο σχήμα.

α) Να αποδείξετε ότι $ΑΕ \cdot ΒΔ = ΓΕ$.

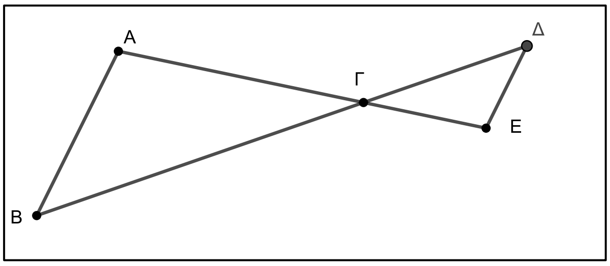
β) Αν επιπλέον ΒΔ = ΑΕ και ΓΕ = 9:

i. Να αποδείξετε ότι ΒΔ = 3 και ΑΒ = 4.

ii. Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΔΕ και ΑΒΓ είναι όμοια και να υπολογίσετε το λόγο ομοιότητάς τους.



12. Στο σχήμα τα τμήματα ΑΒ και ΔΕ είναι παράλληλα και τα τμήματα ΑΓ και ΓΕ είναι τέτοια, ώστε ΑΓ = 2ΓΕ .

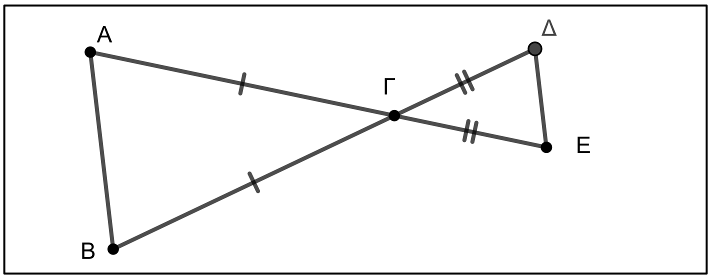


α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΕΔΓ είναι όμοια.

β) **i.** Να γράψετε τους λόγους των ομόλογων πλευρών των δύο τριγώνων.

ii. Ποιος είναι ο λόγος ομοιότητας των δύο τριγώνων;

13. Στο παρακάτω σχήμα τα ευθύγραμμα τμήματα ΑΕ και ΒΔ τέμνονται στο Γ, τα τρίγωνα ΓΑΒ και ΓΔΕ που σχηματίζονται είναι ισοσκελή και οι βάσεις τους ΑΒ και ΔΕ είναι τέτοιες, ώστε $AB = 2 \cdot \Delta E$.

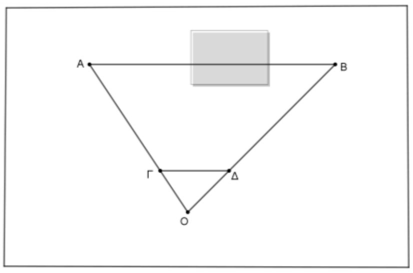


α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΓΑΒ και ΓΔΕ είναι όμοια.

β) **i.** Να γράψετε την ισότητα των λόγων που προκύπτει από την ομοιότητα των τριγώνων του ερωτήματος α).

ii. Ποια σχέση συνδέει τις πλευρές ΑΓ και ΓΕ των δύο τριγώνων;

14. Οι μαθητές θέλοντας να μετρήσουν την απόσταση των σημείων Α και Β στην αυλή του σχολείου τους μεταξύ των οποίων παρεμβάλλεται ένα κτίσμα και η απευθείας μέτρηση του μήκους ΑΒ είναι αδύνατη, εργάστηκαν ως εξής. Στην αυλή τους επέλεξαν σημείο Ο ώστε η μέτρηση των τμημάτων ΟΑ και ΟΒ να είναι εφικτή, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Μέτρησαν και βρήκαν ΟΑ = 20 m και ΟΒ = 30 m . Στις ΟΑ και ΟΒ πήραν σημεία Γ και Δ αντίστοιχα τέτοια ώστε ΟΓ = 2 m και ΟΔ = 3m .



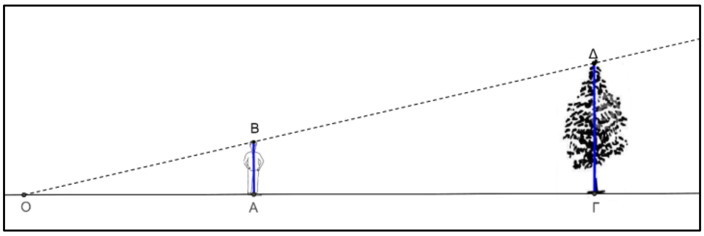
α) Να αποδείξετε ότι:

i. η ΓΔ είναι παράλληλη με την ΑΒ,

ii. τα τρίγωνα ΟΓΔ και ΟΑΒ είναι όμοια.

β) Ένας από τους μαθητές υποστηρίζει ότι μπορούν να υπολογίσουν την απόσταση των σημείων Α και Β αν γνωρίζουν την απόσταση των δύο σημείων Γ και Δ. Είναι ο ισχυρισμός του μαθητή αληθής; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

15. Για να βρει το ύψος ενός δέντρου, ένας μαθητής ύψους 1,60 m σκέφτηκε να μετρήσει το μήκος της σκιάς του δέντρου και το μήκος της δικιάς του σκιάς πάνω στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο κάποια χρονική στιγμή μιας ηλιόλουστης ημέρας. Στέκεται σε θέση έτσι ώστε, η άκρη της σκιάς του να συμπίπτει με την άκρη της σκιάς του δέντρου. Ο μαθητής μετράει και βρίσκει ότι η σκιά του έχει μήκος 2m και η σκιά του δέντρου ότι έχει μήκος 5m.



Στο σχέδιο , τα τμήματα ΟΑ και ΟΓ, με κοινό άκρο Ο, αναπαριστάνουν τα μήκη των σκιών του μαθητή και του δέντρου αντίστοιχα και έχουν τον ίδιο φορέα ΟΓ, τα δε τμήματα ΑΒ και ΓΔ αναπαριστάνουν τα αντίστοιχα ύψη μαθητή και δέντρου και θεωρούνται κάθετα στην ΟΓ. (Σημειώνεται ότι τα σχέδια δεν έχουν γίνει υπό κλίμακα).

α) **i.** Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΟΒ και ΓΟΔ είναι όμοια και να βρείτε το λόγο ομοιότητάς τους.

ii. Να βρείτε το ύψος του δέντρου.

β) Μπορεί ο μαθητής να χρησιμοποιήσει την ίδια μέθοδο για να μετρήσει το ύψος του ίδιου δέντρου μια άλλη ώρα της ημέρας; Ποια από τα αρχικά δεδομένα του προβλήματος θα άλλαζαν στην περίπτωση αυτή; Να αιτιολογήσετε τις απαντήσεις σας.