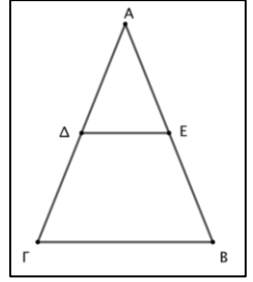


5.10 – 5.11 Τραπεζίο – Ισοσκελές τραπέζιο

1. Θεωρούμε ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = A\Gamma$. Από το μέσο Δ της πλευράς $A\Gamma$ φέρουμε παράλληλη προς την πλευρά $B\Gamma$, η οποία τέμνει την πλευρά AB στο σημείο E .

α) Να αιτιολογήσετε ότι $\Gamma\Delta = BE$.

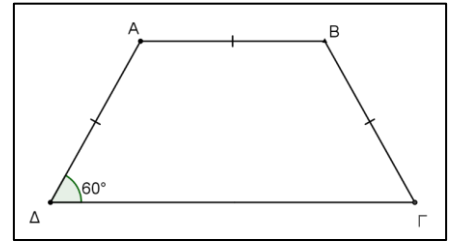
β) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $\Gamma BE\Delta$ είναι ισοσκελές τραπέζιο.



2. Το τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ του σχήματος είναι ισοσκελές τραπέζιο με βάσεις AB και $\Delta\Gamma$ με $\Delta\Gamma = 2AB$ και ίσες πλευρές $A\Delta$ και $B\Gamma$. Αν είναι $AB = A\Delta = B\Gamma = 12$ και $\hat{\Delta} = 60^\circ$, να υπολογίσετε:

α) τις γωνίες του τραπέζιου,

β) την περίμετρο του τραπέζιου.



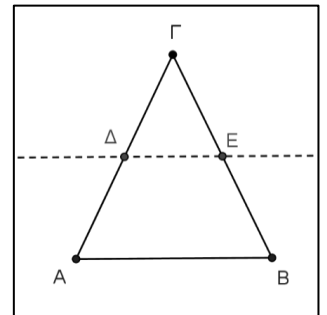
Σε κάθε περίπτωση να αιτιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

3. Το τρίγωνο $AB\Gamma$ του σχήματος είναι ισοσκελές με $\Gamma A = \Gamma B = 8$, το σημείο Δ είναι το μέσο της πλευράς του $A\Gamma$ και η ευθεία ΔE είναι παράλληλη στην πλευρά του AB , όπου $AB = 6$.

α) Να αιτιολογήσετε γιατί το σημείο E είναι το μέσο της πλευράς ΓB του τριγώνου $AB\Gamma$.

β) Να βρείτε τα μήκη των τμημάτων ΔE , ΔA και EB , αιτιολογώντας την απάντησή σας.

γ) Να αιτιολογήσετε γιατί το τετράπλευρο $A\Delta E B$ είναι ισοσκελές τραπέζιο και να υπολογίσετε την περίμετρό του.



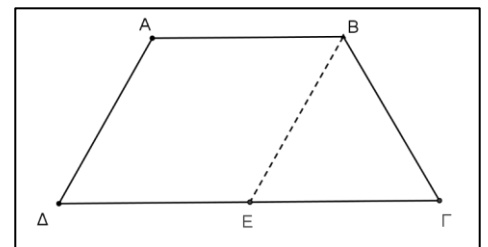
4. Το τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ του σχήματος είναι ισοσκελές τραπέζιο με βάσεις AB και $\Delta\Gamma$, $A\Delta = B\Gamma$ και η BE είναι παράλληλη στην $A\Delta$.

α) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $ABE\Delta$ είναι παραλληλόγραμμο.

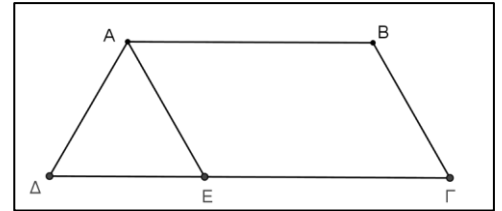
β) Αν είναι $AB = A\Delta = 12$ και $\Delta\Gamma = 2AB$,

i. να υπολογίσετε την περίμετρο του τετραπλεύρου $ABE\Delta$.

ii. να δείξετε ότι το σημείο E είναι το μέσο του τμήματος $\Delta\Gamma$.

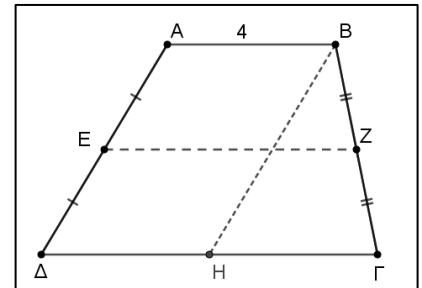


5. Στο σχήμα που ακολουθεί, το τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ είναι ισοσκελές τραπέζιο με βάσεις τις πλευρές AB , $\Delta\Gamma$ και ίσες πλευρές τις $A\Delta$ και $B\Gamma$. Η παράλληλη από το A στην $B\Gamma$, δηλαδή η AE , τέμνει την πλευρά $\Delta\Gamma$ σε σημείο E .



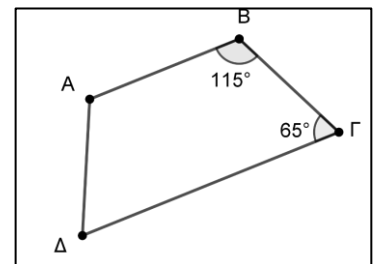
- α) Να μεταφέρετε στο γραπτό σας συμπληρωμένη την ακόλουθη πρόταση: «Στο ισοσκελές τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ του σχήματος παράλληλες μεταξύ τους είναι η πλευρά με την πλευρά, οι προκείμενες γωνίες στη βάση του AB είναι η γωνία και η γωνία και οι προσκείμενες γωνίες στη βάση του $\Delta\Gamma$ είναι η γωνία..... και η γωνία
- β) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $AB\Gamma E$ είναι παραλληλόγραμμο.
- γ) Αν είναι $B\Gamma = 5$, να δείξετε ότι $A\Delta = AE = 5$.

6. Στο τραπέζιο του σχήματος $AB\Gamma\Delta$ ($AB // \Gamma\Delta$), έχουμε $AB = 4$ και $\Delta\Gamma = 8$.



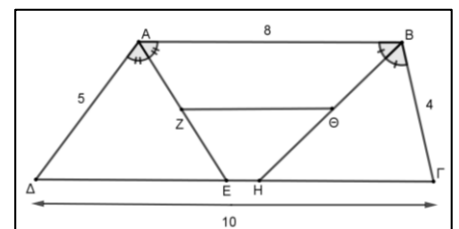
- α) Να υπολογίσετε το μήκος της διαμέσου του EZ .
- β) Από το B φέρουμε BH παράλληλη στην AD . Να αποδείξετε ότι $\Gamma H = AB$.

7. Το τετράπλευρο $AB\Delta\Gamma$ του παρακάτω σχήματος έχει γωνίες $\hat{B} = 115^\circ$ και $\hat{\Gamma} = 65^\circ$. Αν οι απέναντι γωνίες του είναι παραπληρωματικές, τότε να αποδείξετε ότι:



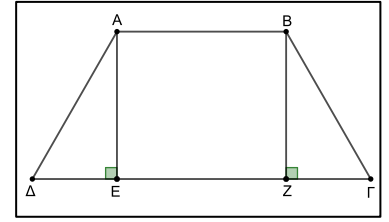
- α) i. $\hat{A} = 115^\circ$ και $\hat{\Delta} = 65^\circ$,
 ii. το $AB\Gamma\Delta$ είναι τραπέζιο με βάσεις τις πλευρές του AB και $\Delta\Gamma$.
- β) το $AB\Gamma\Delta$ είναι ισοσκελές τραπέζιο.

8. Δίνεται τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ με $AB // \Gamma\Delta$ και $AB = 8$, $B\Gamma = 4$, $\Gamma\Delta = 10$ και $A\Delta = 5$. Οι διχοτόμοι των γωνιών A και B τέμνουν την $\Gamma\Delta$ στα σημεία E και H αντίστοιχα, όπως φαίνεται στο σχήμα.



- α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $A\Delta E$ και $B\Gamma H$ είναι ισοσκελή με βάσεις τις AE και BH αντίστοιχα.
- β) Να υπολογίσετε το EH .
- γ) Αν Z και Θ είναι τα μέσα των AD και $B\Gamma$ αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι $Z\Theta = \frac{9}{2}$.

9. Δίνεται ισοσκελές τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ με βάσεις $AB=4$ και $\Gamma\Delta=8$, ίσες πλευρές $B\Gamma=AD=4$ και τα ύψη του AE και BZ .

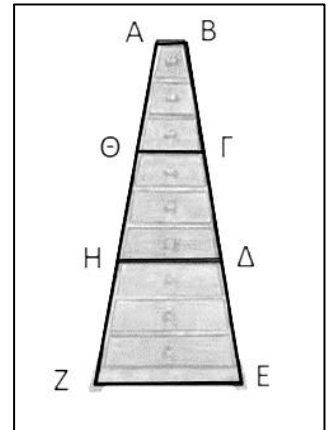


α) Να αποδείξετε ότι:

- i. $EZ=4$, ii. $\Delta E = \Gamma Z = 2$, iii. $\hat{\Delta}AE = 30^\circ$.

β) Να βρείτε τα μέτρα των προσκείμενων γωνιών σε κάθε βάση του τραpezίου.

10. Στην εικόνα που ακολουθεί παρουσιάζεται το σχέδιο μιας κατασκευής τριών μερών με συρτάρια. Τόσο η κατασκευή όσο και τα επιμέρους τμήματά της είναι σχήματος τραpezίου. Συγκεκριμένα, το τετράπλευρο $ABEZ$ του σχεδίου της κατασκευής είναι τραπέζιο με βάσεις AB και ZE , το τετράπλευρο $AB\Gamma\Theta$ είναι τραπέζιο με βάσεις AB και $\Theta\Gamma$, το τετράπλευρο $\Theta\Gamma\Delta H$ είναι τραπέζιο με βάσεις $\Theta\Gamma$ και $H\Delta$ καθώς και το τετράπλευρο $H\Delta EZ$ είναι τραπέζιο με βάσεις $H\Delta$ και ZE . Επιπλέον, τα Θ , H και Γ , Δ είναι σημεία των μη παράλληλων πλευρών AZ , BE αντίστοιχα του τραpezίου $ABEZ$.

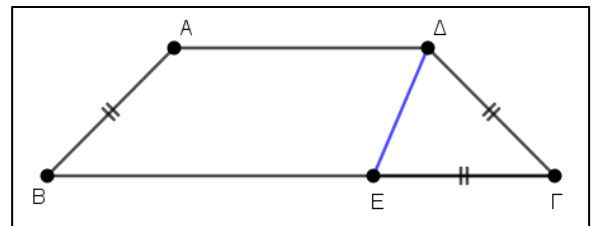


α) Να εξηγήσετε γιατί οι βάσεις AB , $\Theta\Gamma$, $H\Delta$ και ZE των επιμέρους τραpezίων είναι παράλληλες.

β) Έστω ότι τα σημεία Θ και Γ είναι τα μέσα των AH και $B\Delta$ αντίστοιχα, ενώ τα σημεία H και Δ είναι τα μέσα των ΘZ και ΓE αντίστοιχα. Αν είναι $AB=13,5$ cm και $H\Delta=50,5$ cm, να βρείτε τα μήκη των τμημάτων:

- i. $\Theta\Gamma$, ii. ZE .

11. Δίνεται το ισοσκελές τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ του σχήματος με $A\Delta // B\Gamma$ και $B\Gamma > \Delta\Gamma$. Στην πλευρά $B\Gamma$ θεωρούμε σημείο E , τέτοιο ώστε $\Gamma E = \Gamma\Delta$.



α) Να αποδείξετε ότι:

- i. οι γωνίες $\hat{A}\hat{\Delta}E$ και $\hat{\Gamma}\hat{E}\hat{\Delta}$ είναι ίσες,
ii. η ΔE είναι διχοτόμος της $A\hat{\Delta}\hat{\Gamma}$.

β) Πόσες μοίρες πρέπει να είναι η γωνία \hat{A} ώστε το τρίγωνο $\Delta E\Gamma$ να είναι ισόπλευρο;