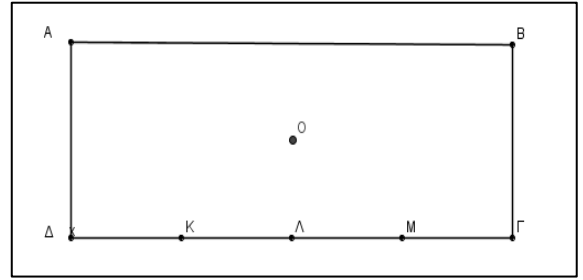


1.3 Πολλαπλασιασμός Αριθμού με Διάνυσμα

1. Στο σχήμα φαίνεται ορθογώνιο παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ με κέντρο O . Τα σημεία K, Λ, M χωρίζουν την πλευρά $\Delta\Gamma$ σε τέσσερα ίσα τμήματα.

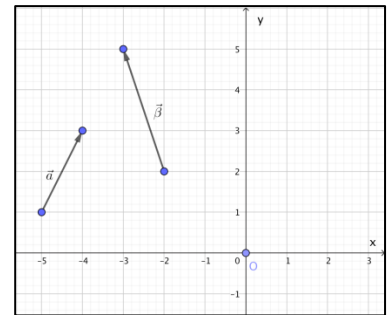


Αν $\overrightarrow{\Delta K} = \vec{\alpha}$ και $\overrightarrow{\Delta \Lambda} = \vec{\beta}$ να εκφράσετε καθένα από τα ακόλουθα διανύσματα ως γραμμικούς συνδυασμούς των $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$. Να αιτιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

- α) $\overrightarrow{\Delta \Gamma}$ β) $\overrightarrow{M \Lambda}$ γ) $\overrightarrow{O \Lambda}$

2. Στο σχήμα, δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$.

- α) Να σημειώσετε πάνω στο σχήμα τα διανύσματα $\overrightarrow{O A} = \vec{\alpha}$, $\overrightarrow{O B} = \vec{\beta}$ όπου O η αρχή των αξόνων.
 β) Να βρείτε τις συντεταγμένες των διανυσμάτων $\overrightarrow{O A} = \vec{\alpha}$, $\overrightarrow{O B} = \vec{\beta}$ και $\overrightarrow{A B}$.
 γ) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο OAB είναι ορθογώνιο.



3. Δίνονται τα μη συνευθειακά σημεία του επιπέδου A, B, Γ και τα διανύσματα $\overrightarrow{B \Delta}$ και $\overrightarrow{\Gamma E}$ τέτοια ώστε $\overrightarrow{B \Delta} = \overrightarrow{B A} + \overrightarrow{B \Gamma}$ και $\overrightarrow{\Gamma E} = \overrightarrow{\Gamma A} + \overrightarrow{\Gamma B}$.

- α) i. Να δείξετε ότι $\overrightarrow{A \Delta} = \overrightarrow{B \Gamma}$ και $\overrightarrow{A E} = \overrightarrow{\Gamma B}$.
 ii. Να δείξετε ότι τα διανύσματα $\overrightarrow{A \Delta}$ και $\overrightarrow{A E}$ είναι αντίθετα.
 β) Να δικαιολογήσετε γιατί τα σημεία A, Δ και E είναι συνευθειακά.

4. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ και Δ, E σημεία εσωτερικά των πλευρών AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα τέτοια ώστε $\overrightarrow{A B} = \kappa \cdot \overrightarrow{A \Delta}$ και $\overrightarrow{A \Gamma} = \lambda \cdot \overrightarrow{A E}$, όπου κ και λ θετικοί πραγματικοί αριθμοί. Αν $\overrightarrow{A B} = \vec{\alpha}$ και $\overrightarrow{A \Gamma} = \vec{\beta}$, τότε:

- α) Να εκφράσετε τα διανύσματα $\overrightarrow{\Delta E}$ και $\overrightarrow{B \Gamma}$ ως γραμμικό συνδυασμό των $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$.
 β) i. Αν $\kappa = \lambda$, να αποδείξετε ότι $\overrightarrow{B \Gamma} \parallel \overrightarrow{\Delta E}$ και $|\overrightarrow{B \Gamma}| = \kappa \cdot |\overrightarrow{\Delta E}|$.
 ii. Αν $\kappa = \lambda = 2$, να γράψετε τη σχέση που συνδέει τα διανύσματα $\overrightarrow{\Delta E}$ και $\overrightarrow{B \Gamma}$ και να διατυπώσετε λεκτικά ποιο γνωστό θεώρημα της Ευκλείδειας Γεωμετρίας έχει αποδειχθεί.