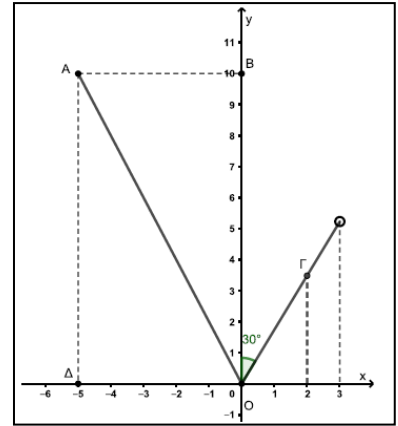


1.2 Συναρτήσεις

1. Στο σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f .

- α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού και το σύνολο τιμών της συνάρτησης f .
- β) Να προσδιορίσετε τον τύπο της συνάρτησης f .
- γ) Ποιες είναι οι συντεταγμένες του σημείου Γ ;



2. Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = \sqrt{x}$ και $g(x) = \ln x$.

α) Να ορίσετε τη συνάρτηση $f \cdot g$.

β) Να ορίσετε τη συνάρτηση $\frac{f}{g}$.

γ) Να βρεθούν οι τετμημένες των σημείων τομής των γραφικών παραστάσεων των συναρτήσεων $f \cdot g$ και $\frac{f}{g}$.

3. Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = \sqrt{9-x^2}$ και $g(x) = \frac{\sqrt{4-x^2}}{x}$.

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού των συναρτήσεων f και g .

β) Να ορίσετε τις συναρτήσεις: (i) $f \cdot g$ (ii) $\frac{f}{g}$

4. Δύο εταιρείες E_1 και E_2 διαστηριοποιούνται στο χώρο της γεώτρησης νερού. Η πολιτική των χρεώσεων προς τους πελάτες τους είναι διαφορετική. Η εταιρεία E_1 χρεώνει 1500€ για την εκπόνηση της αρχικής μελέτης και 200€ για κάθε μέτρο βάθους μέχρι τα 15 πρώτα μέτρα. Αν δε βρεθεί νερό μέχρι τα 15 μέτρα, τότε αλλάζει τη χρέωση από 200€ σε 250€ για κάθε μέτρο βάθους μετά τα 15 πρώτα μέτρα. Η E_2 χρεώνει 300€ για κάθε μέτρο βάθους.

α) Αν $f(x)$ είναι το ποσό που χρεώνει η εταιρεία E_1 για γεώτρηση x μέτρων βάθους, να βρείτε:

i) τον τύπο της συνάρτησης f ,

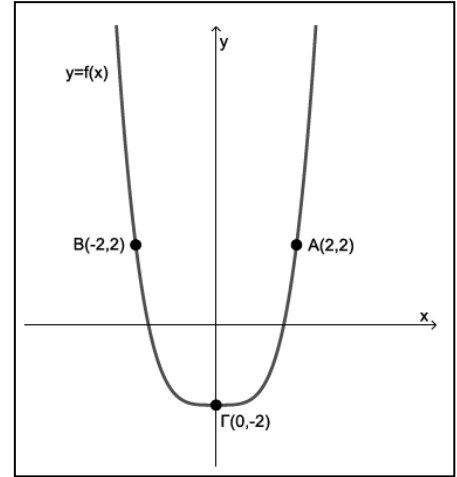
ii) το ποσό που θα χρεώσει η εταιρεία E_1 σε πελάτη που χρειάστηκε να φτάσει σε βάθος 12 μέτρων μέχρι να βρει νερό.

iii) Αν κάποιος πελάτης ξόδεψε για τη γεώτρησή του 5050€, σε πόσο βάθος έφτασε;

β) Αν $g(x)$ είναι το ποσό που χρεώνει η εταιρεία E_2 για γεώτρηση x μέτρων βάθους, να βρείτε τον τύπο της συνάρτησης g .

γ) Σε ποιο βάθος σταμάτησαν τη γεώτρησή τους δύο γείτονες που συνεργάστηκαν με διαφορετική εταιρεία ο καθένας τους, βρήκαν νερό στο ίδιο βάθος και πλήρωσαν ακριβώς το ίδιο ποσό;

5. Η γραφική παράσταση μιας πολυωνυμικής συνάρτησης $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, διέρχεται από τα σημεία $A(2,2)$, $B(-2,2)$ και $\Gamma(0,-2)$. Έστω, επίσης, η συνάρτηση $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με $g(x) = |x|$.



- α) Να βρείτε τις τιμές $f(2)$, $f(-2)$ και $f(0)$.
- β) Να βρείτε τις τιμές $(g \circ f)(2)$, $(g \circ f)(-2)$ και $(g \circ f)(0)$.
- γ) Η γραφική παράσταση της συνάρτησης f φαίνεται στο σχήμα. Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $g \circ f$.

6. Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = \frac{e^x + 1}{e^x - 1}$ και $g(x) = \ln\left(\frac{1-x}{1+x}\right)$.

- α) Να αποδείξετε ότι το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f είναι το \mathbb{R}^* και της g είναι το διάστημα $(-1,1)$.
- β) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $f \circ g$.
- γ) Να βρείτε τον τύπο της συνάρτησης $(f \circ g)(x)$.

7. Δίνονται οι συναρτήσεις f , g και h , τέτοιες, ώστε:

$$f(x) = \ln(1 + e^x), \quad g(x) = 2 \ln x \quad \text{και} \quad h(x) = \ln(1 + x^2)$$

- α) Να βρείτε τα πεδία ορισμού των συναρτήσεων f και g .
- β) Να ορίσετε τη συνάρτηση $f \circ g$.
- γ) Να εξετάσετε αν οι συναρτήσεις $f \circ g$ και h είναι ίσες.