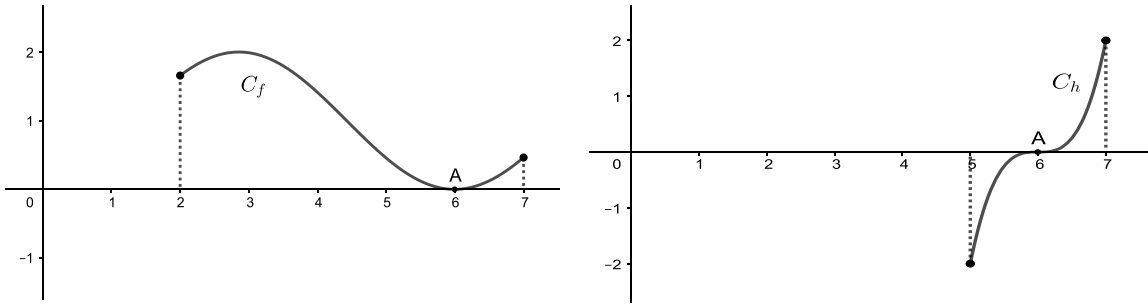


1. ΘΕΜΑ_2_36840

Στα παρακάτω σχήματα δίνονται οι γραφικές παραστάσεις 2 παραγωγίσιμων συναρτήσεων των f και h . Και οι 2 γραφικές παραστάσεις εφάπτονται του άξονα $x'x$ στο σημείο του $A(6,0)$. Γνωρίζουμε ότι η f παίρνει θετικές τιμές κοντά στο 6 και η h παίρνει αρνητικές τιμές αριστερά του 6 και θετικές τιμές δεξιά του 6.

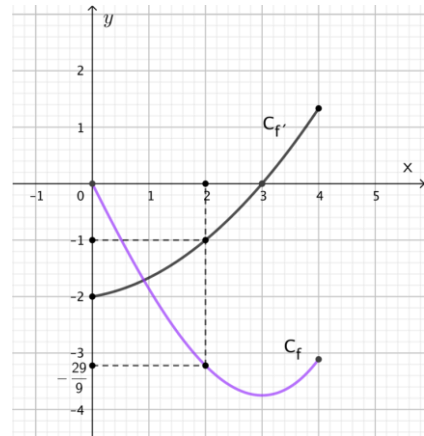


- α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού κάθε μίας από τις συναρτήσεις f και h .
- β) Να βρείτε, αν υπάρχουν, τα παρακάτω όρια, δικαιολογώντας την απάντησή σας.

i. $\lim_{x \rightarrow 6} f(x)$ ii. $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{1}{h(x)}$ iii. $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{f(x)}{x-6}$

2. ΘΕΜΑ_2_26712

Στο σχήμα δίνονται οι γραφικές παραστάσεις μιας πολυωνυμικής συνάρτησης f τρίτου βαθμού, η οποία είναι ορισμένη στο κλειστό διάστημα $[0,4]$, και της παραγώγου της, f' .



- α) Να βρείτε την κλίση της συνάρτησης f στο $x_0 = 2$.
- β) Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης (ε) της γραφικής παράστασης της f στο $x_0 = 2$.
- γ) Να υπολογίσετε τη γωνία που σχηματίζει η ευθεία (ε) με τον άξονα $x'x$.

3. ΘΕΜΑ_2_26630

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} e^x & , x < 0 \\ 1 & , x = 0 \\ \sin x & , x > 0 \end{cases}$.

- α) Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση f να είναι συνεχής στο $x_0 = 0$.
- β) Να εξετάσετε αν η συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο $x_0 = 0$.

γ) Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης, της γραφικής παράστασης της f στο σημείο της με τετμημένη

$$x = \frac{\pi}{2}.$$

4. ΘΕΜΑ_2_25762

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} -x^2 + x, & x \leq 0 \\ \eta\mu x, & x > 0 \end{cases}$.

α) Να αποδείξετε ότι είναι συνεχής στο $x_0 = 0$.

β) Να αποδείξετε ότι η f είναι παραγωγίσιμη στο $x_0 = 0$ και $f'(0) = 1$.

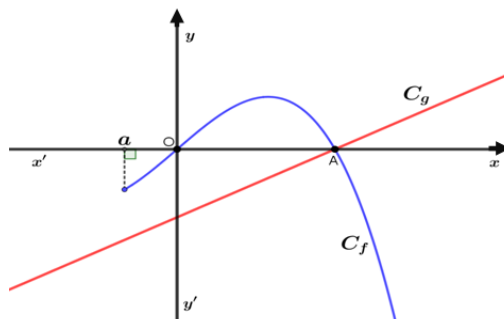
γ) Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της f στο σημείο της $O(0,0)$.

5. ΘΕΜΑ_2_25234

Θεωρούμε την παραγωγίσιμη συνάρτηση $f : [\alpha, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$

και την συνάρτηση $g(x) = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}, x \in \mathbb{R}$. Οι γραφικές

παραστάσεις C_f, C_g των συναρτήσεων f, g αντίστοιχα, φαίνονται στο παρακάτω σχήμα. Γνωρίζουμε ότι οι C_f, C_g τέμνονται στο σημείο $A(1,0)$, η C_f διέρχεται από την αρχή των αξόνων και δεν έχει άλλα κοινά σημεία με τον άξονα $x'x$ εκτός από τα σημεία O και A .



α) Να υπολογίσετε το $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{g(x)}$.

β) Αν είναι $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 1$, να υπολογίσετε το $f'(0)$.

γ) Να υπολογίσετε το $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{g(x)}{f(x)}$.

6. ΘΕΜΑ_2_24757

Έστω συνάρτηση f παραγωγίσιμη στο \mathbb{R} . Η εφαπτομένη της C_f στο σημείο της $A(0,1)$ σχηματίζει με τον άξονα $x'x$ γωνία 45° .

α) Να αποδείξετε ότι $f'(0) = 1$.

β) Να γράψετε την εξίσωση της εφαπτομένης της C_f στο σημείο της $A(0,1)$.

γ) Να αποδείξετε ότι $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - 1}{x} = 1$.

7. ΘΕΜΑ_2_24756

Έστω συνάρτηση $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με $f(0) = 0$ και για την οποία ισχύει ότι $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 2$.

α) Να αποδείξετε ότι $f'(0) = 2$.

β) Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.

γ) Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{\eta\mu x}$.

8. ΘΕΜΑ_2_24755

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} 1 - \frac{\eta\mu x}{x} & , x \neq 0 \\ \alpha & , x = 0 \end{cases}$, η οποία είναι συνεχής στο \mathbb{R} .

α) Να αποδείξετε ότι $\alpha = 0$.

β) Να αποδείξετε ότι $f'(0) = 0$.

γ) Να γράψετε την εξίσωση της εφαπτομένης της C_f στο σημείο $(0, f(0))$.