

**1. ΘΕΜΑ\_2\_33632**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \begin{cases} e^x & , x \leq 0 \\ -x^2 + 1 & , x > 0 \end{cases}$ .

- α) Να αποδείξετε ότι είναι συνεχής στο  $x_0 = 0$  και να σχεδιάσετε τη γραφική της παράσταση.  
β) Να εξετάσετε αν ορίζεται η εφαπτομένη της γραφικής της παράστασης στο σημείο  $A(0, f(0))$ .

**2. ΘΕΜΑ\_2\_34437**

Δίνονται οι συναρτήσεις  $f(x) = \ln x + 2x$ ,  $x > 0$  και  $g(x) = e^{x+2}$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

- α) Να ορίσετε τη συνάρτηση  $f \circ g$ .  
β) Να βρείτε την παράγωγο της συνάρτησης  $g$  και να αποδείξετε ότι η  $g$  είναι «1 – 1».  
γ) Να ορίσετε την αντίστροφο συνάρτηση της  $g$ .

**3. ΘΕΜΑ\_2\_31743**

Δίνεται η συνάρτηση  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  με τύπο  $f(x) = x \eta \mu x + 4$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}$ .

- α) Να βρείτε την παράγωγο της  $f$  και να υπολογίσετε τις τιμές  $f'(0)$  και  $f'\left(\frac{\pi}{2}\right)$ .  
β) Να αποδείξετε ότι για τη συνάρτηση  $\varphi$ , με  $\varphi(x) = f'(x) - \frac{1}{3}$ ,  $x \in \mathbb{R}$  ισχύουν  $\varphi(0) < 0$  και  $\varphi\left(\frac{\pi}{2}\right) > 0$ .  
γ) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση  $\varphi(x) = 0$ , έχει μία τουλάχιστον ρίζα στο διάστημα  $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ .

**4. ΘΕΜΑ\_2\_28302**

Έστω  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  μια παραγωγίσιμη συνάρτηση με  $f(0) = -2$  και  $f'(0) = 0$ .

Έστω, επίσης, οι συναρτήσεις  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  με  $g(x) = -x$  και  $g \circ f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ .

- α) Να βρείτε την τιμή  $(g \circ f)(0)$ .  
β) Να βρείτε την παράγωγο  $g'(-2)$ .  
γ) Να βρείτε την παράγωγο της  $g \circ f$  στο  $x_0 = 0$ .  
δ) Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της  $g \circ f$  στο σημείο με τετμημένη  $x_0 = 0$ .

## 5. ΘΕΜΑ\_2\_27315

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4}{x - 2} & , x < 2 \\ \alpha x^2 - 4 & , x \geq 2 \end{cases}$  με  $\alpha \in \mathbb{R}$ .

α) Να βρείτε τα πλευρικά όρια της  $f$  στο  $x_0 = 2$ , δηλαδή τα  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$  και  $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ .

β) Να βρείτε την τιμή του  $\alpha$ , ώστε η συνάρτηση  $f$  να είναι συνεχής στο  $x_0 = 2$ .

γ) Αν  $\alpha = 2$ , να βρείτε όπου ορίζεται την παράγωγο της συνάρτησης  $f$ .

## 6. ΘΕΜΑ\_2\_33816

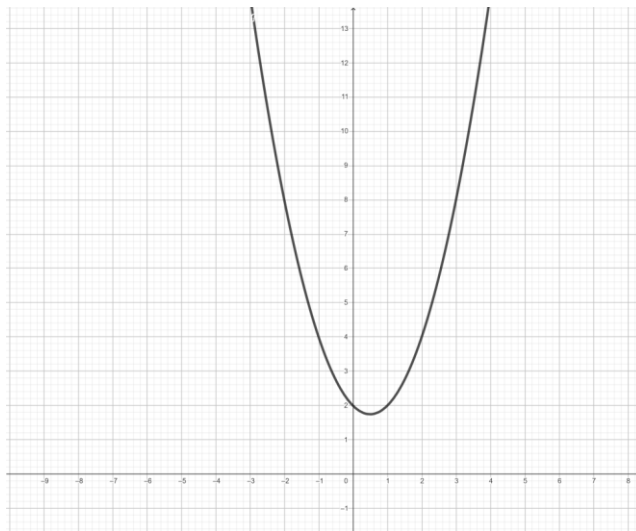
Δίνονται οι συναρτήσεις

$$f(x) = e^x \text{ και } g(x) = x^2 - x + 2$$

α) Να βρείτε την εξίσωση εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της  $f$  στο σημείο  $A(0,1)$ .

β) Να δείξετε ότι η ευθεία  $y = x + 1$  εφάπτεται της γραφικής παράστασης της  $g$  στο σημείο της  $B(1,2)$ .

γ) Αφού αντιγράψετε στην κόλλα σας το διπλανό σχήμα, στο οποίο φαίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $g$ , να γίνει πρόχειρη γραφική παράσταση στο ίδιο σύστημα αξόνων της γραφικής παράστασης της συνάρτησης  $f$  και της ευθείας  $y = x + 1$ .



## 7. ΘΕΜΑ\_4\_28340

Έστω μια συνάρτηση  $f : (-\infty, 0) \rightarrow \mathbb{R}$  η οποία είναι παραγωγίσιμη στο  $x_0 = -1$  και η συνάρτηση  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  με  $g(x) = -x + 1$ . Δίνεται ότι η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της  $f$  στο σημείο  $A(-1, f(-1))$ , έχει εξίσωση  $y = g(x)$ .

α) Να βρείτε το  $f(-1)$  και το  $f'(-1)$ .

β) Να βρείτε:

i. το πεδίο ορισμού των συναρτήσεων  $f \circ g$  και  $g \circ f$ ,

ii. τις παραγώγους  $(f \circ g)'(2)$  και  $(g \circ f)'(-1)$ .

γ) Να αποδείξετε ότι η εφαπτομένη της  $C_{f \circ g}$  στο σημείο της με τετμημένη  $x_1 = 2$  και η εφαπτομένη της  $C_{g \circ f}$  στο σημείο της με τετμημένη  $x_0 = -1$ , ταυτίζονται.