

2.3 Μέτρα θέσης και μεταβλητότητας, θηκόγραμμα, συντελεστής μεταβλητότητας

1. Κάναμε μια έρευνα με στόχο να μελετηθούν συγκεκριμένα χαρακτηριστικά των ατόμων με ηλικίες 10 έως 19 ετών, μιας περιφέρειας της Ελλάδας, τα οποία ήταν 57.579 , συνολικά.

Τα χαρακτηριστικά που μελετήθηκαν ήταν:

- το ύψος τους, σε εκατοστά,
- η ηλικία τους, σε έτη,
- η αγαπημένη τους αθλητική δραστηριότητα,
- η ημέρα γέννησής τους (Δευτέρα, Τρίτη, κτλ.).

Επιλέξαμε, αντιπροσωπευτικά, 1.000 άτομα από αυτά και υπολογίσαμε τη μέση τιμή της ηλικίας τους, σε έτη, η οποία ήταν 16,5 και τη μέση τιμή του ύψους τους, σε εκατοστά, η οποία ήταν 155 .

α) Ποιο είναι το μέγεθος του πληθυσμού της έρευνας και ποιο του δείγματος που επιλέξαμε;

β) Ποια από τα χαρακτηριστικά που μελέτησε η έρευνα ήταν ποσοτικά και ποια ποιοτικά;

γ) Να χαρακτηρίσετε ως σωστή (Σ) ή λανθασμένη (Λ) κάθε μια από τις παρακάτω προτάσεις.

i. Η μέση τιμή της ηλικίας, σε έτη, των ατόμων του δείγματος ήταν 16,5 .

ii. Η μέση τιμή της ηλικίας, σε έτη, όλων των κατοίκων της περιφέρειας ήταν 16,5 .

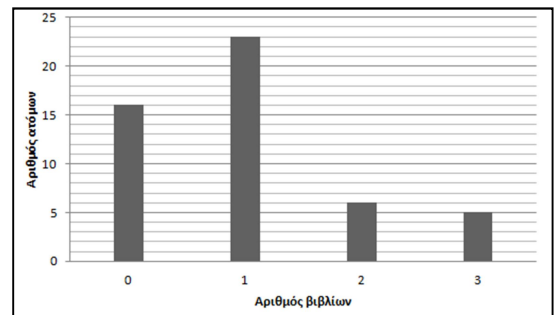
iii. Η μέση τιμή και η διάμεσος της ηλικίας, σε έτη, των ατόμων του δείγματος ήταν 16,5 .

iv. Έχουμε ενδείξεις ότι η μέση τιμή του ύψους, σε εκατοστά, όλων των ατόμων της περιφέρειας με ηλικίες, σε έτη, 10 έως 19 ήταν 155 περίπου.

2. Έγινε μια έρευνα σε ένα δείγμα ενηλίκων που αφορούσε τον αριθμό βιβλίων που διάβασαν κατά την διάρκεια των καλοκαιρινών διακοπών τους. Τα ευρήματα παρουσιάζονται στο διπλανό ραβδόγραμμα συχνοτήτων.

α) Να μεταφέρετε στην κόλλα σας και να συμπληρώσετε τον πίνακα συχνοτήτων που ακολουθεί.

Αριθμός βιβλίων	Αριθμός ατόμων
Σύνολο	



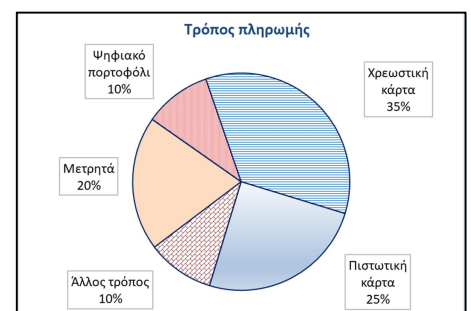
β) Να υπολογίσετε την μέση τιμή του αριθμού των βιβλίων, που διάβασαν κατά τη διάρκεια των διακοπών τους, τα άτομα που συμμετείχαν στην έρευνα.

3. Το παρακάτω κυκλικό διάγραμμα παρουσιάζει τα αποτελέσματα μιας έρευνας, σχετικά με τον τρόπο πληρωμής των πελατών σ' ένα εστιατόριο, έναν συγκεκριμένο μήνα.

α) Ποια είναι η μεταβλητή που εξετάζεται στην έρευνα;

β) Ποιο είναι το είδος της μεταβλητής;

γ) Ποιες είναι οι τιμές της μεταβλητής;



δ) Ποιες είναι οι σχετικές συχνότητες % , των τιμών της μεταβλητής;

ε) Ποια είναι η επικρατούσα τιμή;

4. Ένας μαθητής στις γραπτές δοκιμασίες στο μάθημα των Μαθηματικών, κατά τη διάρκεια μιας χρονιάς, πήρε τις ακόλουθες βαθμολογίες :

10 , 14 , 9 , 15 , 14 , 12 , 18 , 13 , 13 , 13

α) Να βρείτε τη διάμεσο και τα τεταρτημόρια Q_1 και Q_3 .

β) Να βρείτε το εύρος της βαθμολογίας του καθώς και το ενδοτεταρτημοριακό εύρος Q .

γ) Να σχεδιάσετε το θηκόγραμμα.

5. Δίνονται τα παρακάτω σύνολα παρατηρήσεων:

A: 4 , 6 , 4 , 5 , 7 , 2 , 4 , 8 , 11 , 6

B: 5 , 5 , 5 , 6 , 6 , 6 , 6 , 6 , 6 , 6

α) Για το σύνολο A, να υπολογίσετε:

i. το εύρος, ii. τη μέση τιμή \bar{x} , iii. τη διάμεσο δ .

β) Να συγκρίνετε τα σύνολα A και B, ως προς το εύρος και τη μέση τιμή.

6. Δίνεται η παρακάτω λίστα δεδομένων:

2 , 3 , 2 , 1 , 2 , 3 , 2 , 2 , 1

α) Να αποδείξετε ότι:

i. η μέση τιμή είναι $\bar{x} = 2$, ii. η διάμεσος είναι $\delta = 2$.

β) Να βρείτε:

i. τη διακύμανση, ii. την τυπική απόκλιση, iii. τον συντελεστή μεταβλητότητας.

7. Οι βαθμοί μιας μαθήτριας της Γ' λυκείου στα διαγωνίσματα των μαθηματικών κατά τη διάρκεια του έτους ήταν :

12 , 14 , 15 , 16 , 20 , 17 , 12 , 14

α) Να υπολογιστεί η μέση τιμή των βαθμών της.

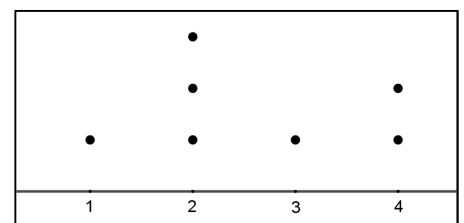
β) Να υπολογιστεί η διάμεσος των βαθμών της.

γ) Ναδειχτεί ότι η διακύμανση είναι ίση με $\frac{25}{4}$.

δ) Να υπολογιστεί ο συντελεστής μεταβλητότητας.

8. Στο επόμενο σημειόγραμμα φαίνονται τα γκολ που σημείωσε η εθνική ομάδα της Αργεντινής στο Μουντιάλ του Κατάρ το 2022 στα επτά συνολικά παιχνίδια που χρειάστηκε να αγωνισθεί μέχρι να κατακτήσει το παγκόσμιο κύπελλο.

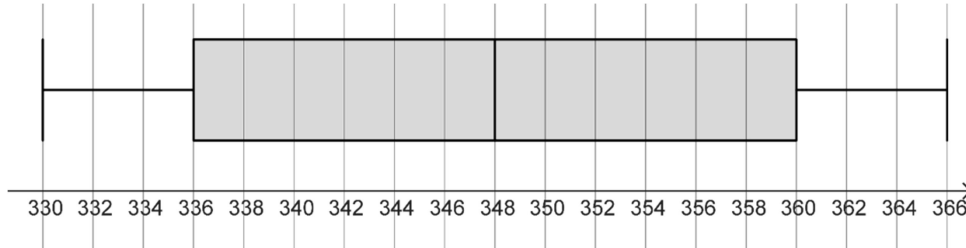
α) Με βάση το σημειόγραμμα να καταγράψετε τον αριθμό των γκολ σε κάθε αγώνα.



β) Να υπολογίσετε για τα γκολ που σημείωσε η ομάδα στα 7 αυτά παιχνίδια:

- i. τη μέση τιμή, ii. το εύρος, iii. την επικρατούσα τιμή, iv. τη διάμεσο.

9. Η Χριστίνα πηγαίνει για τρέξιμο τουλάχιστον 5 φορές την εβδομάδα. Τις τελευταίες τέσσερις εβδομάδες μετρούσε κάθε φορά σε πόσα δευτερόλεπτα έτρεχε 1 χιλιόμετρο. Το παρακάτω θηκόγραμμα αντιστοιχεί στις μετρήσεις της Χριστίνας.

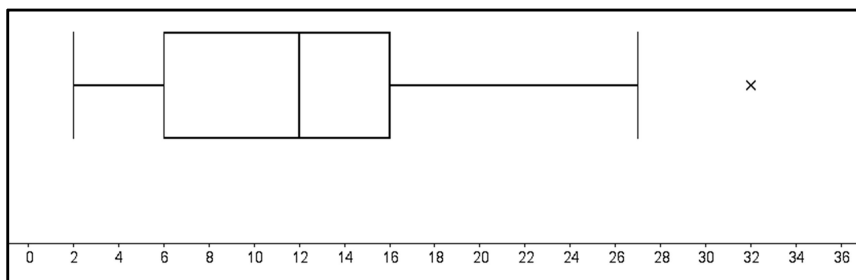


α) Χρησιμοποιώντας το θηκόγραμμα, να βρείτε:

- i. το εύρος R των μετρήσεων,
 ii. τη διάμεσο δ των μετρήσεων,
 iii. το πρώτο και το τρίτο τεταρτημόριο των μετρήσεων, Q_1 και Q_3 αντίστοιχα,
 iv. το ενδοτεταρτημοριακό εύρος Q των μετρήσεων.

β) Ποιος είναι ο καλύτερος (μικρότερος) χρόνος που έκανε η Χριστίνα;

10. Το παρακάτω θηκόγραμμα παρουσιάζει τους πόντους ενός παίκτη μιας ομάδας καλαθοσφαίρισης στα 15 τελευταία παιχνίδια της ομάδας του.



Με τη βοήθεια του θηκογράμματος να βρείτε:

- α) το εύρος R των πόντων του παίκτη,
 β) τα τεταρτημόρια Q_1 , Q_2 και Q_3 ,
 γ) το ενδοτεταρτημοριακό εύρος Q ,
 δ) τις ακραίες τιμές.

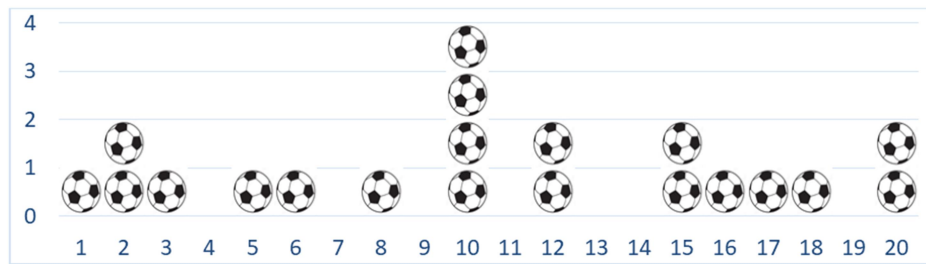
11. Ο Λευτέρης αγωνίζεται σε μία ομάδα ποδοσφαίρου. Κατά τη διάρκεια του τελευταίου πρωταθλήματος η ομάδα του έδωσε 20 αγώνες, στους οποίους ο Λευτέρης σε έναν αγώνα δεν πέτυχε γκολ, σε έναν αγώνα πέτυχε 2 γκολ και στους υπόλοιπους δεκαοχτώ αγώνες πέτυχε 1 γκολ στον καθένα από αυτούς.

α) Να αποδείξετε ότι:

- i. ο Λευτέρης πέτυχε κατά μέσο όρο 1 γκολ ανά αγώνα,

ii. η τυπική απόκλιση των γκολ που πέτυχε ο Λευτέρης είναι $\sqrt{0,1}$.

β) Το παρακάτω εικονόγραμμα παρουσιάζει τον αριθμό των γκολ που πέτυχε ο Παύλος, σε κάθε αγώνα, κατά τη διάρκεια του ίδιου πρωταθλήματος. Να υπολογίσετε τον μέσο όρο των γκολ ανά αγώνα, που πέτυχε ο Παύλος, καθώς και την τυπική απόκλιση των γκολ.



γ) Ο προπονητής μιας ποδοσφαιρικής ομάδας ενδιαφέρεται για την απόκτηση ενός ποδοσφαιριστή που θα βοηθήσει την ομάδα στο σκοράρισμα στο νέο πρωτάθλημα. Έχει να διαλέξει ανάμεσα στον Λευτέρη και στον Παύλο. Αν τα κριτήρια είναι η συχνότητα και η σταθερότητα στο σκοράρισμα, ποιον θα του προτείνατε με βάση τα παραπάνω δεδομένα;

12. Ο υπεύθυνος καθηγητής του Γ4 συνέλεξε τις απουσίες των 24 μαθητών και μαθητριών του τμήματος, για την Δευτέρα και την Τρίτη της προηγούμενης εβδομάδας και τις καταχώρισε σε ένα ειδικό πρόγραμμα καταμέτρησης απουσιών, με το οποίο υπολόγισε ότι:

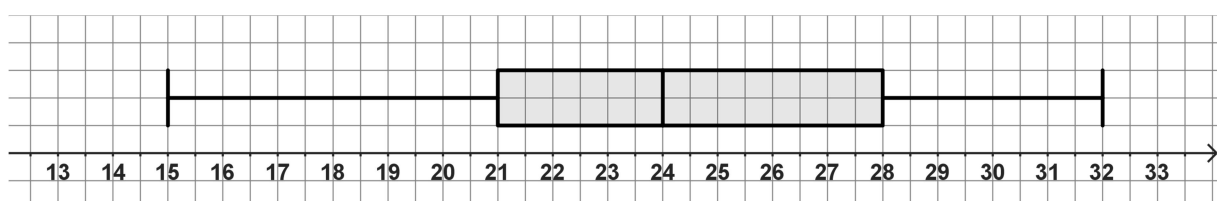
- η διάμεσος των απουσιών ήταν $\delta = 2,5$,
- το πρώτο τεταρτημόριο ήταν $Q_1 = 1$,
- το τρίτο τεταρτημόριο ήταν $Q_3 = 4$,
- η ελάχιστη τιμή των απουσιών ήταν $x_{\min} = 0$ και η μέγιστη τιμή $x_{\max} = 14$.

α) Υπάρχει μαθητής ή μαθήτρια του Γ4 που να έκανε τόσες απουσίες, όση είναι η διάμεσος δ ;

β) Να χαρακτηρίσετε ως σωστή (Σ) ή λανθασμένη (Λ) κάθε μια από τις παρακάτω προτάσεις, αιτιολογώντας την απάντησή σας.

- Δεν υπάρχει μαθητής ή μαθήτρια του Γ4 που να έχει περισσότερες από 10 απουσίες.
- Το πολύ το 25% των μαθητών και μαθητριών του Γ4, δηλαδή το πολύ 6 μαθητές και μαθήτριες πήραν περισσότερες από 4 απουσίες τις δύο αυτές ημέρες.
- Υπάρχουν 6 μαθητές και μαθήτριες του Γ4 που δεν έχουν κάνει απουσία τις δύο αυτές ημέρες.

13. Ο Κώστας εργάζεται στο τηλεφωνικό κέντρο εταιρείας πληροφορικής εξυπηρετώντας τηλεφωνικά τους πελάτες. Το παρακάτω θηκόγραμμα αντιστοιχεί στους πελάτες ανά ημέρα που εξυπηρέτησε ο Κώστας σε 20 ημέρες.

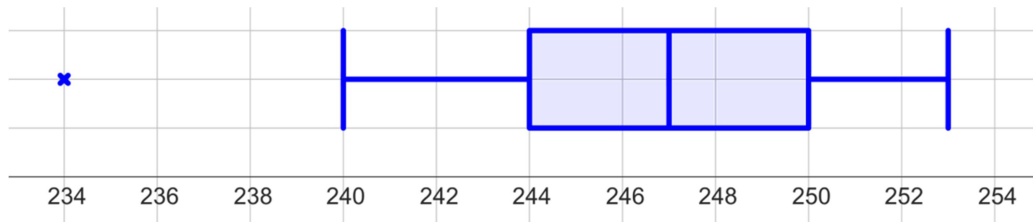


- α) Ποιος ήταν ο μικρότερος και ποιος ο μεγαλύτερος αριθμός πελατών ανά ημέρα που εξυπηρέτησε ο Κώστας αυτές τις 20 ημέρες;
- β) Χρησιμοποιώντας το θηκόγραμμα, να βρείτε τα τεταρτημόρια Q_1 και Q_3 και τη διάμεσο δ .
- γ) Ο Κώστας θέλει να καταγράψει τις 10 πιο «απασχολημένες» ημέρες του με κριτήριο τον αριθμό των πελατών που εξυπηρέτησε κάθε ημέρα. Μια ημέρα εξυπηρέτησε 23 πελάτες και μια άλλη ημέρα εξυπηρέτησε 25 πελάτες. Ποια ή ποιες από αυτές τις δύο ημέρες ανήκουν στις 10 πιο απασχολημένες του;

14. Μια εταιρεία τροφίμων χρησιμοποιεί ένα αυτόματο μηχάνημα για να συσκευάσει βρώσιμες ελιές σε δοχεία 250 γραμμαρίων (αναγραφόμενη ετικέτα). Παρακάτω δίνεται το καθαρό βάρος από ένα τυχαίο δείγμα 15 τέτοιων δοχείων.

245	245	250	247	250	245	250	250	245	249	245	242	247	250	245
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

- α) Για το παραπάνω δείγμα:
- Να βρείτε τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή,
 - Να βρείτε τη διάμεσο, το πρώτο και το τρίτο τεταρτημόριο,
 - Να κατασκευάσετε το θηκόγραμμα,
- β) Μια μικρή οικογενειακή επιχείρηση συσκευάζει το ίδιο προϊόν σε δοχεία 250 γραμμαρίων, με το χέρι. Επιλέχθηκε τυχαίο δείγμα 15 δοχείων και το καθαρό βάρος των δοχείων αυτών, παριστάνεται με το παρακάτω θηκόγραμμα. Να βρείτε τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή, τη διάμεσο, το πρώτο και το τρίτο τεταρτημόριο.

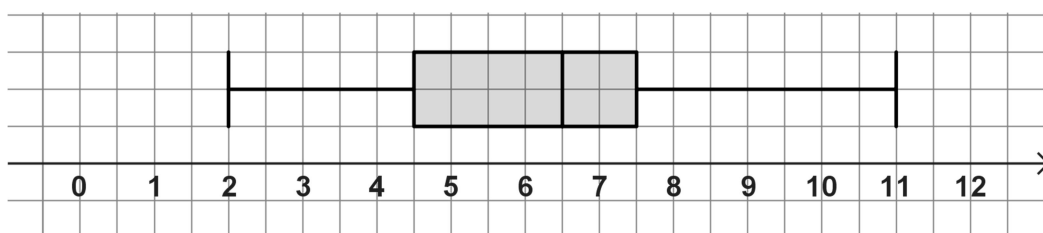


- γ) Συγκρίνοντας τις απαντήσεις σας, στα ερωτήματα α) και β), ποιος πιστεύετε ότι είναι ο πιο ακριβής τρόπος πλήρωσης των δοχείων, με αυτόματο μηχάνημα ή με το χέρι;

15. Δίνονται οι παρακάτω είκοσι παρατηρήσεις:

4, 5, 6, 4, 5, 7, 2, 4, 8, 11, 6, 7, 7, 4, 5, 7, 6, 10, 9, 9

- α) Να υπολογίσετε:
- την ελάχιστη και τη μέγιστη τιμή,
 - τη διάμεσο δ ,
 - τα τεταρτημόρια Q_1 και Q_3 .
- β) Ένας συμμαθητής σας ισχυρίζεται ότι το παρακάτω θηκόγραμμα αντιστοιχεί στα παραπάνω δεδομένα. Ωστόσο έχει ένα λάθος. Μπορείτε να το εντοπίσετε;



γ) Να κάνετε αλλαγή σε μία μόνο από τις παραπάνω παρατηρήσεις, έτσι ώστε στο νέο σύνολο είκοσι παρατηρήσεων που θα προκύψει, να αντιστοιχεί το θηκόγραμμα του β) ερωτήματος.

16. Ένας δρομέας μεγάλων αποστάσεων, κατέγραψε τα χιλιόμετρα που έτρεξε σε καθεμία από τις 20 ημέρες προπόνησης ενός μήνα και σχημάτισε τον παρακάτω πίνακα:

απόσταση σε χιλιόμετρα	5	7	10	15	20
αριθμός ημερών	4	5	5	5	1

α) Να βρείτε:

- i. τη μέση τιμή, ii. τη διάμεσο, το πρώτο και το τρίτο τεταρτημόριο.

β) Να εξετάσετε αν υπάρχουν ακραίες τιμές.

γ) Ο δρομέας τον επόμενο μήνα διατήρησε το ίδιο πρόγραμμα προπόνησης, εκτός από την μέγιστη απόσταση την οποία αύξησε σε 28 χιλιόμετρα όπως φαίνεται παρακάτω:

απόσταση σε χιλιόμετρα	5	7	10	15	28
αριθμός ημερών	4	5	5	5	1

Ποια από τα μέτρα θέσης του α) ερωτήματος μεταβάλλονται και ποια όχι; Θα υπάρχουν τώρα ακραίες τιμές;